



6002/IV

MS 6002/IV





1900. A. 82.

Christ Hoffmann'sche

1. Analysis
2. Differential und Integral Calculus
3. Euklid's Geometrie

BIBLIOTH. UNIV.



JAGIELLONIAE



1778  
1779  
1780  
1781  
1782  
1783  
1784  
1785  
1786  
1787  
1788  
1789  
1790  
1791  
1792  
1793  
1794  
1795  
1796  
1797  
1798  
1799  
1800











$$10) a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$$

$$11) a : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n : b}$$

$$12) \sqrt[m]{a} : b = \sqrt[m]{a : b^m}$$

Wichtiges der Logarithmen

ist  $a = b$  so ist, ist  $a > b$  so ist

$$m^a = m^b$$

$$m^a > m^b$$

$$a^? m = b^? m$$

$$m^? a = m^? b$$

Das Logarithm  $a^? b$  ist nur dann eindeutig definiert wenn  
 die Potenzen von  $a$  alle  $b$  erreichen  $b^x = b^y$  nur  
 wenn  $x = y$  ist. Man muss also  $a$  und  $b$  sorgfältig  
 wählen. Beispiel:

1)  $(a^b)^? a = b$  da  $a^b = (a^b)$  multipliziert man  $b$  mit  $a^b$  ist  
 dann der Exponent von  $(a^b)$  bei der Basis  $a$  ist  $b$ .

2)  $a^? (\sqrt[a]{a}) = b$  da  $(\sqrt[a]{a})^b = a$  da  $\sqrt[a]{a}$  ist die Basis  
 die  $b$  mal  $a$  ist so muss der Exponent  $b$  sein  
 um  $a$  zu erhalten.

3)  $\sqrt[a]{a} = b$  da  $b^a = a$  nach der Definition. Da das  
 Radikant  $a$  besteht aus  $b$  mit dem Exponenten  
 von  $b$  ist  $b^a = a$  man ist also  $\sqrt[a]{a}$  und  $a$  gleich  
 d.h.  $\sqrt[a]{(b^a)} = b$

4)  $(ab)^? p = a^? p + b^? p$  da  $(a^? p + b^? p) = p^a^? p \cdot p^b^? p = a \cdot b$   
 Da  $\sqrt[p]{a}$  und  $\sqrt[p]{b}$  dieselben sind bei der  
 Potenzen so muss der Exponent derselbe  
 der Exponent des Produktes geben



$$5) \frac{a^?}{b^?} p = a^? p - b^? p$$

$$\text{div}_p a^? p - b^? p = \frac{p a^? p}{p b^? p} = \frac{a^?}{b^?}$$

$$6) (a^b)^? p = b \cdot (a^? p)$$

$$\text{div}_p b \cdot (a^? p) = (p a^? p)^b = a^b$$

$$7) (\sqrt[a]{a})^? p = (a^? p) : b$$

$$\text{div}_p (a^? p) : b = \sqrt[b]{p a^? p} = \sqrt[b]{a}$$

$$8) a^? c = (a^? b) (b^? c) \text{ div}$$

$$(a^? b) \cdot (b^? c) = (c^{b^? c})^{a^? b} = b^{a^? b} = a$$

$$9) \frac{a^? c}{b^? c} = a^? b \text{ div } b^{\frac{a^? c}{b^? c}} = \sqrt[b^? c]{b^{a^? c}} =$$

$$\left( \sqrt[b^? c]{b} \right)^{a^? c} = c^{a^? c} = a$$

$$10) \frac{a^? c}{a^? b} = b^? c \text{ div } c^{\frac{a^? c}{a^? b}} = \sqrt[c^? b]{c^{a^? c}} = \sqrt[c^? b]{a} = b$$

$$11) a^? \sqrt[c]{c} = d \cdot (a^? c) \text{ div } \left( \sqrt[c]{c} \right)^{d(a^? c)} = \left( \sqrt[c]{c} \right)^{a^? c} = c^{a^? c} = a$$

$$12) a^? \sqrt[c]{c} = d : (c^? a) \text{ div } \sqrt[c]{c}^{\frac{d}{c^? a}} = \sqrt[c]{c} = a$$

$$13) (a^d)^? c = a^? \sqrt[c]{c} \text{ div } a^{\frac{d}{c}} \sqrt[c]{c} = d : (c^? a)$$

$$\sqrt[c]{c}^{\frac{d}{c^? a}} = \sqrt[c]{c}^d = a^d$$



$$14) a^2 ? c = d : (c ? a) = \text{wird herausgefunden}$$

$$15) a ? (c^2) = (a ? c) : d \text{ dñ } (c^2) \frac{a^2 ? c}{d} = \left( \frac{d}{c^2} \right) a^2 ? c = a^2 ? c = a$$

$$16) (\sqrt{a}) ? c = a ? c \text{ dñ } c^2 ? c : d = \sqrt{a}$$

$$17) a^b ? a^c = b : c \text{ dñ } (a^c)^{\frac{b}{c}} = (\sqrt{a^c})^b = a^b$$

$$18) a^b ? a^c = a ? c \text{ dñ } (a^b) a^c = (a ? c) b = a^b$$

$$19) \sqrt{a} ? \sqrt{a} = c : b \text{ dñ } (\sqrt{a})^{\frac{c}{b}} = \sqrt{a^c} = \sqrt{a}$$

$$20) \sqrt{a} ? \sqrt{c} = \frac{a^2 ? c}{d} \text{ dñ } (\sqrt{c})^{\frac{a^2 ? c}{d}} = (\sqrt{a^2})^{\frac{c}{d}} = \sqrt{a}$$

$$21) (a^b) ? \sqrt{a} = b d \text{ dñ } (\sqrt{a})^{b d} = a^b$$

$$22) d : (a ? c) = d : (c ? a) \text{ dñ } d : (c ? a) = a ? \sqrt{c}$$

$$\text{also } (\sqrt{c}) d : a^2 ? c = a^2 ? c = a$$

$$23) a^c ? d = \sqrt{a^c} \text{ dñ } \left( \frac{a^c}{\sqrt{c}} \right) \frac{c^2 ? d}{c} = c^2 ? a$$

$$\text{dñ } (a^c ? d)^{\frac{d}{a}} = d^c ? d = c$$

$$24) a^c ? d = \sqrt{a^c} \text{ dñ } \text{mül} \left( \frac{a^c}{\sqrt{c}} \right)^{\frac{d}{a}} = \sqrt{a^c} = a$$

$$24) a^c ? d = \sqrt{a^c} \text{ dñ } (a^c ? d)^{\frac{d}{a}} =$$

$$25) a^c ? d = a^c ? d \text{ dñ } \sqrt{a} = a^c ? d \text{ mül } (a^c ? d)^{\frac{d}{a}} =$$

$$(a^c ? d) (a^c ? d) = a^c ? c = a$$

$$26) \sqrt{a} = \sqrt{c} \text{ dñ } \left( \frac{a}{\sqrt{c}} \right)^{\frac{d}{c}} = a^{\frac{d}{c}} = a^c = \text{wird herausgefunden}$$

$$\text{es müßte gefunden werden } \sqrt{a} = \sqrt{c} \text{ mül mit 23 und 24 folgt}$$

$$27) \frac{a^2 ? c}{b^2 ? c} = \frac{a^2 ? d}{b^2 ? d} \text{ dñ } \frac{(a^2 ? c)(b^2 ? d)}{b^2 ? c} = (a^2 ? b)(b^2 ? d) = a^2 ? d$$



6)

Wieder ist auch in diesen Fällen  
 kein Evidenz, nur wenn zu irgend einem  
 ist, so sind auch unendlich der Polysomen  
 gelangt worden und allenthalben in  
 der Natur gegeben, nur wenn es über  
 gewisse Grenzen, so ist nicht zu zweifeln  
 man kann nicht glauben sollen, z. B. in einem  
 Beispiel ist folgende:

Wird  $a \log c = c \log a$  bei der Fall sein, dass  $p$   
 irgend ein bestimmter Zahlen mit  $\log c = x$

$\log a = x$  so ist  $a = p^x$ ,  $c = p^x$  also

$a \log c = c \log a$  unendlich ist zu zeigen in

$p^x = c^x$  denn in

$(p^x)^x = (p^x)^x$  denn in

$p^{xx} = p^{xx}$  was identisch ist

$a \log c = c \log a$  ist auch ohne

$a^{c^?d} = c^{a^?d}$  zu sein  $a = d^{a^?d}$   ~~$c = d^{c^?d}$~~

$a^{c^?d} = (d^{a^?d})^{c^?d} = (d^{a^?d})^{c^?d} = a^{c^?d}$

$c^{a^?d} = (d^{c^?d})^{a^?d} = (d^{c^?d})^{a^?d} = c^{a^?d}$

Wird man im evidenten Beweis, dass man gegeben  
 soll, nur können wir klar die für die  
 multiplizieren und:

ist  $a^{c^?d}$  gegeben und es soll in anderen Fällen, nur  
 monoton sein, dass  $a = d^{a^?d}$  also

$a^{c^?d} = (d^{a^?d})^{c^?d} = (d^{c^?d})^{a^?d} = c^{a^?d}$  muss sein

ist  $a^{c^?d} = c^{a^?d}$

Es ist nicht mehr bei ihm nachzufragen.



## 4.

$$(a - (b - c)) + (b - c) = ((a - b) + c) + (b - c)$$
$$a = (a-b) + ((b-c) + c) = (a-b) + b = a$$
$$\begin{aligned} (a-m) + p &= (b-m) + p \\ (a-m) + m &= (b-m) + m \\ a &= b. \end{aligned}$$

$(m-a)+p = (m-b)+p$  oder  $m-a = m-b$  oder  $a=b$

blinde Punkte  $a+p = b+p$

$$\text{d.h. } m+a+p = m+b+p \quad \text{d.h.}$$

if page vltz  $m-a = m-b$  ditto  
 0 b u d r a d i v s

$$\text{symbol } (m-a) + a + b + p = (m-b) + a + b + p$$

NB Bedenke dir die Gl: 1 vllg. formel ist für  $m+b+p = m+a+p$  und die Gl 2 und 3 nur. allgummeine. Formel nach beidseit. summieren und dann  $p$  herausheben, ob es in in meine vorherige Gl. 1 schon drin. stand!   
 Bedenke auch, dass die Gl. 1 und 2 nur für  $p=0$  gelten, und  $p$  nicht aus der Formel der 1. raus.   
 Bedenke auch, dass die Gl. 1 und 2 nur für  $p=0$  gelten, und  $p$  nicht aus der Formel der 1. raus.   
 Bedenke auch, dass die Gl. 1 und 2 nur für  $p=0$  gelten, und  $p$  nicht aus der Formel der 1. raus.







# III Kapitel - Verknüpfungen

9.

6

Die reelle Summe ist 3. d. h.  $5-3-2$  ist  
auf nicht der Ordnung  $(5-3)-2$  dieselbe, denn  
ist immer ganz Summe gleich ist  $(+5)+(-3)+(-2)$   
mit  $+a=a$  und  $a+(-b)=a-b$ . Die neue

$$(+5)+(-3)+(-2) = (+5)+(-2)+(-3) = (+3)+(-3)+(+5) \text{ ist das selbe}$$

$$5-3-2 = 5-2-3 = +2-3+5 \text{ ist das selbe}$$

$$(5-3)-2 = (5-2)-3 = (-2-3)+5 \text{ ist das selbe}$$

$$\text{oder } (5-3)-2 \text{ muß gleich sein } 5-(3-2) \text{ muß}$$

sein. Daraus ist (S. 100)

$$(a-b+c+d)m = [(+a)+(-b)+(-c)+(+d)]m =$$

$$= m(+a) + m(-b) + m(-c) + m(+d) =$$

$$= (+ma) + (-mb) + (-mc) + (+md) =$$

$$= ma - mb - mc + md$$

Das gleiche gilt man dividieren.

## S 104

$$I. (a+b-c) + (d-k+f) = a+b+c+d-k+f \text{ die}$$

$$(a+b-c) + (d-k+f) = [(+a) + (+b) + (-c)] + [(+d) + (-k) + (+f)] =$$

$$= (+a) + (+b) + (-c) + (+d) + (-k) + (+f) =$$

$$II. (a+b-c) - (d-k+f) = a+b-c-d+k-f$$

$$(a+b-c) - (d-k+f) = [(+a) + (+b) + (-c)] - [(+d) + (-k) + (+f)] =$$

$$= (+a) + (+b) + (-c) - (+d) - (-k) - (+f) =$$

$$= a + b + c - d + k - f$$



10.

(A)

$$\text{III) } (a+b-c) \cdot (a-b) = aa + ab - ac - ab - b^2 + bc$$

$$\text{IV) } \frac{a+b+c}{m+n+p} = h + \frac{a+b+c-h(m+n+p)}{m+n+p}$$

$$\begin{aligned} \text{Für } A &= \left[ (+a) + (+b) + (-c) \right] \cdot \left[ (+a) + (-b) \right] = \\ &= (+a)(+a) + (+b)(+a) + (-c)(+a) + (+a)(-b) + (+b)(-c) + (-c)(-b) = \\ &= aa + ba + ca - ba - bb + bc \end{aligned}$$

hüß IV aben so.

(ap II)

§ 118.

n<sup>o</sup> 2 a = b

mm = die velle: h<sub>1</sub>: hindurichet für in s. n<sup>o</sup> 1  
 1)  $a \pm m = b \pm m$  die  $(a \pm m)p = (b \pm m)p$  gilt

$$ap \pm mp = bp \pm mp$$

ab. min ap id bp n<sup>o</sup> 1 die def min. Quil d<sup>o</sup> n<sup>o</sup> 1  
 y<sub>1</sub> h<sub>1</sub> u, so y<sub>1</sub> h<sub>1</sub> u ist o<sub>1</sub> u<sub>1</sub> ap ± mp id bp ± mp

2)  $m - a = m - b$  die  $(m - a)p = (m - b)p$  gilt

$$mp - ap = mp - bp$$

3)  $am = bm$  die  $(am)p = (bm)p = (ap)m = (bp)m$

4)  $a:m = b:m$  die  $(a:m) \cdot mp = (b:m) \cdot mp$  gilt

5)  $m:a = m:b$  die  $\frac{ap}{m} = \frac{bp}{m} = (m:b)ap$  gilt  
 $m(bp) = m(ap)$



§ 116.

11.

Daß  $a^1 = a$  erfüllt, weil  $a^1 = a^{p+1-(p+1)} = \frac{a^{p+1}}{a^{p+1}} =$   

$$= \frac{a \cdot a \cdot a}{a \cdot a} = a$$

Daß  $a^0 = 1$  erfüllt, weil  $a^0 = a^{p-p} = \frac{a^p}{a^p} = 1$

Daß  $1^q = 1$  mit  $q = m-n$  erfüllt, da

$$1^{m-n} = \frac{1^m}{1^n} = \frac{1}{1} = 1$$

Daß  $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$  mit  $m = p-q$  erfüllt.

$$\text{Da } a^{-m} = a^{0-(p-q)} = \frac{a^0}{a^{p-q}} = \frac{1}{a^{p-q}} = \frac{1}{a^m}$$

Obgleich man hier nur die Regel nicht  
 verknüpfen da auch  $m = p-q$  ist.

Da  $a^{-m} = a^{-p+q} = a^{q-p} = \frac{a^q}{a^p}$  da

da  $m = p-q$  d. h. wenn  $a^p$  größer  
 ist, als  $a^q$ , so ist  $q-p$  kleiner und  
 umgekehrt.

$-a) (-1)^n = (-1)^n$  also... da man sich leicht  
 überzeugen kann, daß  $n$  immer wieder folgt, wie  $1^n = 1$  also  
 ist  $1^n = 1$  also ist  $n$  immer wieder folgt, da  $1^n = 1$   
 also das Produkt  $= -1$  also ist  $1^n = 1$



12

$(-a)(-b)(-c) \dots = \pm abc \dots$  ~~... in einem~~  
 mit dem Regel, daß + oder - mit dem  
 Vorzeichen der Faktoren verwechselt wird, - oder  
 + nicht, in ungerader Zahl, möglich, wenn  
 das Produkt zu finden.

Es gilt  $(-a)^n = (-1)^n \cdot a^n$  wenn n ungerade  
 ist p-q die Anzahl der

$$(-a)^{p-q} = \frac{-a^p}{-a^q} = (-1)^n \cdot a^n = \frac{-1^p \cdot a^p}{-1^q \cdot a^q}$$

$$-a^p = (-1 \cdot a)^p = -1^p \cdot a^p \text{ und}$$

$$-a^q = (-1 \cdot a)^q = -1^q \cdot a^q$$

Wenn diese Formel sich auf sich  
 selbst + Quotienten nicht anwenden lassen  
 die Division

$$\text{endlich } -a = -1 \cdot a = (-1)^1 \cdot a$$

Wenn die Formel ist:  $(-a)(-b)(-c) \dots = (-1)^n \cdot a \cdot b \cdot c \dots$   
 $(-a)(-b)(-c) \dots = (-1)^n \cdot a \cdot b \cdot c \dots$   
 = da die Anzahl der Faktoren ungerade ist =  
 $(-1)^n \cdot a \cdot b \cdot c \dots$



# V Capitel von den Proportionen

13

§ 100

1) Die Proportion  $a:b = c:d$  heißt man arithmetische  
Proportion, wenn  $a, b, c, d$  in arithmetischer

Evidenz Proportion

steht, d. h. wenn  $a \pm b = c \pm d$  ist.

also in einem arithmetischen

Proportion  $a \pm b = c \pm d$  man kann auch schreiben

man kann auch schreiben

$a - b = c - d$  oder  $a + d = b + c$

oder  $a + d = b + c$

oder  $a - d = b - c$  oder  $a + c = b + d$

oder  $a + c = b + d$

oder  $a - c = b - d$  oder  $a + b = c + d$

oder  $a + b = c + d$

oder  $a - b = c - d$  oder  $a + d = b + c$

oder  $a + d = b + c$

oder  $a - d = b - c$  oder  $a + c = b + d$

oder  $a + c = b + d$

oder  $a - c = b - d$  oder  $a + b = c + d$

oder  $a + b = c + d$

oder  $a - b = c - d$  oder  $a + d = b + c$

oder  $a + d = b + c$

oder  $a - d = b - c$  oder  $a + c = b + d$

oder  $a + c = b + d$

oder  $a - c = b - d$  oder  $a + b = c + d$

oder  $a + b = c + d$

oder  $a - b = c - d$  oder  $a + d = b + c$

oder  $a + d = b + c$

oder  $a - d = b - c$  oder  $a + c = b + d$

oder  $a + c = b + d$

oder  $a - c = b - d$  oder  $a + b = c + d$

oder  $a + b = c + d$

oder  $a - b = c - d$  oder  $a + d = b + c$

oder  $a + d = b + c$

oder  $a - d = b - c$  oder  $a + c = b + d$

oder  $a + c = b + d$

oder  $a - c = b - d$  oder  $a + b = c + d$

oder  $a + b = c + d$

oder  $a - b = c - d$  oder  $a + d = b + c$

oder  $a + d = b + c$

oder  $a - d = b - c$  oder  $a + c = b + d$

oder  $a + c = b + d$



17.  $\frac{d}{dx} \frac{1}{x^2} = -\frac{2}{x^3}$  and  $\frac{d}{dx} \frac{1}{x^3} = -\frac{3}{x^4}$

[illegible]

6,

$$\frac{\frac{c}{a}}{\frac{b}{a}} = \frac{c \cdot a}{a \cdot b} = \frac{c}{b}$$

*(Handwritten notes on page 6)*

[illegible]

1) in marking down & call (up) and

Đến nay vẫn giữ nguyên (10) và 5<sup>th</sup> chữ.

die 6. u. des Aprils.  
 von m, n, p u. q  
 $\frac{c}{m}, \frac{c}{n}, \frac{c}{p}, \frac{c}{q}$  sind Einheitszahlen  
 von  $\frac{c}{6}$ .

9) <sup>mit 10)</sup> ~~erweitert~~ in ~~unvollständiger~~ ~~Form~~ ~~vor~~  
3 mit 4) ~~erweitert~~ ~~und~~.



Man kann auch zu zeigen  $2^n \pm 1$  ist  
 eine Primzahl ist man a u b durch  
 in  $2^n \pm 1$  ist  $2^n$  mal  $2 \pm 1$  mit  
 die 2 multipliziert ist  $2^n$ .

§ 138.

1) Ist  $n$  gerade  $2^n = 2 \cdot 2^{n-1}$  ist  $2^n$   
 (ist) 2 mal  $2^{n-1}$  eine gerade Zahl  
 ist  $n$  ungerade  $2^n = 2 \cdot 2^{n-1} \pm 1$  ist  $2^n$   
 $2^n = 2(2^{n-1})$  eine gerade.

2) i. f.  $2n+1$  kann man eine  $2^n$  Zahl haben  
 weil  $\frac{2n+1}{2n} = \frac{2n}{2n} + \frac{1}{2n} = 1 + \frac{1}{2n}$  (ist eine  $2^n$  eine  $2^n$ )

man  $2^n$  ist das durch ab  $2^n$  sein  
 die  $2^n$  muss  $2^n$  sein, für  $2^n$  ist  $2^n$  eine  $2^n$  Zahl  
 also  $\frac{2n}{2n} + \frac{1}{2n}$  eine  $2^n$  Zahl. Man muss

$$\frac{2n}{2n+1} = \frac{n}{2n+1} \cdot 2 \text{ ist eine } \frac{n}{2n+1} \text{ eine } 2^n \text{ Zahl}$$

ist  $2^n$  ist eine  $2^n$  eine  $2^n$  Zahl  
 2 multipliziert. ~~Ende des Kapitels.~~

~~$$\frac{2n+1}{2n} = \frac{2+2+2+2 \dots + 1}{2+2+2+2 \dots 2n}$$~~



16.

$$3) \quad 2n \pm 2m = (n \pm m) 2 = x^2$$

$$2n \cdot 2m = (n \cdot m) 2 = y^2.$$

$$4) \quad (2n+1) + (2m+1) = 2n+2m+2 =$$

$$(n+m) 2 + 2 = x^2 + 2 = (x+1)^2 = z^2$$

Es ist auf zweierlei da zu sehen, dass  
die Summe zweier Quadrate immer  
ein addiertes Quadrat ist, und  
umgekehrt.

$$(2n+1) - (2m+1) = 2n-2m = (n-m) 2 = y^2$$

$$\text{Anmerkung} \quad (2n+1)(2m+1) = (2n+1)2m + 2m+1 =$$

$$(2nm+m) 2 + 2m+1 = (2nm+m+m) 2 + 1$$

$$= x^2 + 1$$

In dem Summe zweier Quadrate, wird zwar  
nicht mehr gemacht, aber noch 1 mal  
das Quadrat, wird hinzugefügt.

$$5) \quad 2n \pm (2m+1) = 2n \pm 2m \pm 1 =$$

$$= (n \pm m) 2 \pm 1 = x^2 \pm 1 \text{ oder}$$

$$2n \cdot (2m+1) = 2m \cdot 2n + 2n =$$

$$(m \cdot 2n + n) 2 = x^2$$



Ende. wird ab  $a$  bei  $a-1$  subtr.  $17$   
 Kette, bleibt bei Subtraktion ab  
 bei  $m = m-2$

$$n+1 = n+1$$

$$m-(n+1) = (m-n)-3 = (m-n-2)-1 = a-1$$

bei multipl. kann man das grade durch  
 das andere auch grade, und das  
 andere auch, und man erhält  
 grade minus grade



18



22

44



24.













17.

Denken ist  $\frac{1}{2}$  so klein  $\frac{1}{2}$  und denken  $\frac{2}{4}$   $\frac{3}{6}$   
 $\frac{4}{8}$   $\frac{5}{10}$   $\frac{100}{200}$   $\frac{10000}{20000}$  ist mehr ist mehr

$\frac{1}{4}$   $\frac{3}{6}$   $\frac{5}{10}$   $\frac{4}{8}$   $\frac{99}{200}$   $\frac{9999}{20000}$  so mehr ist mehr

und das  $\frac{1}{2}$  ist mehr, mir ist mill, ist bekannt

aber mir  $\frac{1}{2}$  so viel wie ich weiß und  $\frac{1}{2}$  ist so geringfügig

Consequenz ist nicht zuerst die unvollständige. Ingleichen gilt. Ingleichen  
 ist das Denken, aber es kann zuerst sein so geringfügig 9999999999  
 die in anderen Jahren geringfügig sein und das 9999999999 noch unendlich  
 ist endlich nicht

9999999999 noch unendlich  
 große Zahlen sind klein.  
 Dann, so ist man nicht im  
 Denken ist die noch nicht  
 Solange die Zahl unendlich ist,  
 das auch ist, noch so klein  
 sein, so ist unendlich noch klein  
 und diese Zahl nicht mehr, in  
 Moment ist die unendlich ist  
 unendlich, unendlich, unendlich, mehr  
 ist die der unendlich ist, die  
 Unendlichkeit, die ist die  
 unendlich ist, die ist die  
 unendlich ist, die ist die



Es ist in der Theorie keine Verknüpfung zwischen  
rationalen und irrationalen. In der Praxis aber  
ist die Verknüpfung die Hauptrolle spielend  
in der, die rationale Basis ist. Die Verknüpfung  
ist, man hat die Ausdrücke mit einem  
je größer, desto mehr man die mit einem  
mischen, und mit sich selbst und Verknüpfung  
man kann zeigen, dass man  
die bei jeder Operation die Operation selbst  
die man ausführen kann, man imaginiert, man  
muss die Operationen zu verstehen ist  
haben. Logarithmus der Basis  $p$  drückt sich die Zahl  $a$   
man nennt die Basis  $p$  hat  $\log_p a$  heißt  
sich  $a$  gegen  $p$  Pot.  $p^{\log_p a} = a$  und  
der Gegenstand der Logarithmen ist  
darstellen, man die Operationen selbst. So  
man die Operationen Logarithmen und Addition  
allein der mit  $\log a = x$  folgt, so  $a = p^x$   
und  $x$  selbst mit  $p$  ist  $p^x$  Pot.  $p^x$  selbst  
nicht anders als  $p^x$  selbst, so man  
man auch die Operationen selbst kann  
und die selbst das Man die Operationen.

Die Operationen selbst ist man die selbst  
folgt. Die die Operationen selbst ist  
und die selbst die Operationen selbst  
die selbst die Operationen selbst ist.

Es ist die Operationen selbst ist man die selbst  
die man selbst die Operationen selbst  
die die Operationen selbst ist und  
die selbst die Operationen selbst ist  
man selbst die Operationen selbst. Die  
Operationen selbst ist, so man ist

wegen eines falschen Gl. der Luftkammer  
 nicht ist will. der Gl. ist aber der selbe  
 bleibt. Wird hier nun Dampf die Gl.  
 unvollständig, so ist die Überzeugung un-  
 richtig, weil wir uns um die Ladung  
 der Luftkammer nicht hat in der selben  
 3. 6.  $a - (a - b) = b$  ist richtig mit  
 zu beiden  $(a - b)$  ad hoc identisch wird  
 sich ist aber  $a - z = b$  so ist der Gl.  
 unvollständig weil. steht 2. wenn  
 willkürliches falsches Wort ist unvollständige  
 Darstellung. So analysiert  
 nicht die Bedingungen. Man ist ein falscher, aber  
 mit demselben dem Ausdruck richtig ist,  
 nicht die mit den Bedingungen  
 annehmen, das folgende mit uns, wenn hier  
 einen vgl. Ausdruck dem die Bedingungen  
 gleich ist identisch zu machen. Die nicht die  
 identischen Gl. die Aussagen sind, so werden  
 der 3. Gl. aus der Aussage, nicht einem falschen  
 wird man vgl. über das Dunkel, nicht die  
 Teil zur identisch bringen. So werden sie  
 hier selbst die man analysieren, vgl. über.  
 die Aussage nicht man kann nicht die  
 falschen Gl. man muss. Die falschen Gl.  
 an einem vgl. analysieren in falschen.



Man die mindere ist  
unbekannt die man  
müßig gelte.

$$1) ax + b = 0 \text{ oder}$$

$$2) ax = -b$$

$$3) x = \frac{-b}{a}$$

ist ein Produkt so ist

2. möglich, so ist 3. möglich

oder man müßte auf

ob 1. möglich, man müßte

2. möglich ist, in

3. ist möglich, da  $-b = -\frac{b}{a}$

ist 2. und 3. möglich, in

man drück a möglich

ist 1. 2. möglich, möglich

in 3. möglich, man

und 2. da  $-b = -\frac{b}{a}$  ist

ist a = 0 so wird die

Gleichung nicht, da

man schon festgesetzt hat

ist ein Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

man Produkt mit 0 da

haben die Gl. nur die Form, so kann sie  
algebraisch, oder sie sind von der Art  
transcendent, und so ganz anders algebraisch  
ist die mindere, und so kann die Analyse

der Gl. die ist algebraisch, und man kann die

quadr. Gleichung, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

die ist möglich, so ist die

so man  $(x - \frac{1}{2}) - \frac{1}{a} = 0$  oder  $(x - \frac{1}{2})$  muss denn  
 man  $x = \frac{1}{2} - \frac{1}{a}$  dann kann man es reguläre

bestenfalls. Wenn das gilt, man  $\frac{1}{a}$  immer abgezogen wird die  
 für können wir nicht mehr den Punkt mit dem  $\frac{1}{a}$  kann abge-  
 kommen zu werden: man hat  $\frac{1}{a}$  muss man zu  $\frac{1}{a}$  so groß es  
 möglich, sind diese Bedingungen man das  $\frac{1}{a}$  kann nicht den  
 oder nicht. Das Maximum ist die Anzahl mit der man nicht  
 im Verhältnis der  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 Und es mag nicht sein, auch wenn man  $\frac{1}{a}$  so groß es  
 kann nicht den ist man  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 so ist ja die Zahl  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 $\frac{1}{a}$  ist. i. f.  $(\frac{1}{a})^2 = a$ . So man man  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 bestenfalls. So es reguläre  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 zum Quadrat:  $\frac{1}{a}$  ist  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der

so groß es  
 kann nicht den  
 ist man  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 so ist ja die Zahl  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 $\frac{1}{a}$  ist. i. f.  $(\frac{1}{a})^2 = a$ . So man man  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 bestenfalls. So es reguläre  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 zum Quadrat:  $\frac{1}{a}$  ist  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der

so groß es  
 kann nicht den  
 ist man  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 so ist ja die Zahl  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 $\frac{1}{a}$  ist. i. f.  $(\frac{1}{a})^2 = a$ . So man man  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 bestenfalls. So es reguläre  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 zum Quadrat:  $\frac{1}{a}$  ist  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der

und so groß es  
 kann nicht den  
 ist man  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 so ist ja die Zahl  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 $\frac{1}{a}$  ist. i. f.  $(\frac{1}{a})^2 = a$ . So man man  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 bestenfalls. So es reguläre  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 zum Quadrat:  $\frac{1}{a}$  ist  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der

so man  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 bestenfalls. So es reguläre  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 zum Quadrat:  $\frac{1}{a}$  ist  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 so man  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 bestenfalls. So es reguläre  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 zum Quadrat:  $\frac{1}{a}$  ist  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 so man  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 bestenfalls. So es reguläre  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 zum Quadrat:  $\frac{1}{a}$  ist  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 so man  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 bestenfalls. So es reguläre  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der  
 zum Quadrat:  $\frac{1}{a}$  ist  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der Anzahl an  $\frac{1}{a}$  zu  $\frac{1}{a}$  in der









Es soll sich zeigen, dass  
die Reihe der natürlichen Zahlen  
eine arithmetische Reihe ist.

Drückt man sich eine Zahl  $a$  (positiv oder negativ) in  
einer Reihe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, a+3d, \dots, a+(m-1)d$

aus, so kann man die Summe der letzten  $m$  Glieder  
der Reihe  $F$  mit einer Reihe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, \dots, a+(m-1)d$   
gleichsetzen, wenn man die Summe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, \dots, a+(m-1)d$   
gleichsetzt, so erhält man die Summe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, \dots, a+(m-1)d$ .

Es soll sich zeigen, dass  
die Reihe der natürlichen Zahlen  
eine arithmetische Reihe ist.

Drückt man sich eine Zahl  $a$  (positiv oder negativ) in  
einer Reihe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, a+3d, \dots, a+(m-1)d$   
aus, so kann man die Summe der letzten  $m$  Glieder  
der Reihe  $F$  mit einer Reihe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, \dots, a+(m-1)d$   
gleichsetzen, wenn man die Summe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, \dots, a+(m-1)d$   
gleichsetzt, so erhält man die Summe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, \dots, a+(m-1)d$ .

Es soll sich zeigen, dass  
die Reihe der natürlichen Zahlen  
eine arithmetische Reihe ist.

Drückt man sich eine Zahl  $a$  (positiv oder negativ) in  
einer Reihe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, a+3d, \dots, a+(m-1)d$   
aus, so kann man die Summe der letzten  $m$  Glieder  
der Reihe  $F$  mit einer Reihe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, \dots, a+(m-1)d$   
gleichsetzen, wenn man die Summe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, \dots, a+(m-1)d$   
gleichsetzt, so erhält man die Summe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, \dots, a+(m-1)d$ .

Drückt man sich eine Zahl  $a$  (positiv oder negativ) in  
einer Reihe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, a+3d, \dots, a+(m-1)d$   
aus, so kann man die Summe der letzten  $m$  Glieder  
der Reihe  $F$  mit einer Reihe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, \dots, a+(m-1)d$   
gleichsetzen, wenn man die Summe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, \dots, a+(m-1)d$   
gleichsetzt, so erhält man die Summe der Zahlen  $a, a+d, a+2d, \dots, a+(m-1)d$ .

Wenn in der Formel I  $(a+(m-1)d)^{mI-d}$  nicht anders  
 ist, als die Summe der ersten  $m$  Glieder, so ist  
 das  $(a+(m-1)d)^{mI-d}$

$$= (a+(m-1)d)(a+(m-1)d+d)(a+(m-1)d+2d) \dots (a+(m-1)d+(m-2)d)(a+(m-1)d+(m-1)d)$$

$$= (a+(m-1)d)(a+(m-1)d+d)(a+(m-1)d+2d) \dots (a+(m-1)d+(m-2)d)(a+(m-1)d+(m-1)d)$$

und es ist  $(a+(m-1)d)^{mI-d}$  die Summe der ersten  $m$  Glieder  
 und  $(a+(m-1)d)^{mI-d}$  die Summe der ersten  $m$  Glieder

und  $m-p-q$  absolute geg. Zahlen und  $p$   
 und  $m-n = p-q$  ist.

$$\frac{a^{mI-d}}{(a+(m-n)d)^{nI-d}} = \frac{a^{pI-d}}{(a+(p-q)d)^{qI-d}}$$

den ist  $m=p$  ist  $m-n = p-q$  und  $\frac{m-n}{m-p} = \frac{p-q}{n-q}$   
 $n=q$  ist dann ist die Beziehung der  
 Gleichung ungenügend. Ist aber  $m=p$  ist  $m-n = p-q$  ist  $n=q$  ist  
 ist  $n=q+x$  und  $q=n$

$a^{mI-d}$  bedeutet, dass ab  $x$  Faktoren mehr sind  
 als  $a^{pI-d}$  und genau die Faktoren

$$(a+d)(a+2d) \dots (a+(p-1)d) \text{ ist in } (a+(p-1)d) \text{ und}$$

$$(a+pd)(a+(p+1)d)(a+(p+2)d) \dots (a+(p+x-1)d) \text{ ist in}$$

oder ab ist übrig  $(a+pd) \dots (a+(m-1)d)$  mit  $p+x=m$ .

Wenn ist auf die Relation  $(a+pd) \dots (a+(m-1)d)$  mehr  
 Faktoren, als das Kennzeichen.









I

formel II  $a^{m+n}Id = a^{mId} \cdot (a+nd)^{nId}$  II

$a^{(p-q)+(r-s)} = a^{(p+r)-(q+s)}$  und  $m=p-q$   
 $n=r-s$

~~zufolge~~  $\frac{a^{p+r}Id}{(a+(p+q-r+s)d)^{q+sId}} = a^{(p+r)-(q+s)Id} = a^{(p+q)+(r+s)Id}$

Platz und II)  $\frac{a^{pId}}{(a+(p-q)d)^{qId}} \cdot \frac{(a+(p-q)d)^{rId}}{(a+(p-q)+(r-s)d)^{rId}} =$

formel III  $a^{p-qId} \cdot (a+nd)^{rId} =$

$= a^{p-qId} \cdot (a+(p-q)d)^{rId} =$

$= a^{(p-q)+(r-s)Id}$  140

oder hier  $a^{pId} \cdot (a+(p-q)d)^{rId} = a^{p+rId}$

~~$\frac{a^{pId} \cdot (a+(p-q)d)^{rId}}{(a+(p-q)d)^{qId} \cdot (a+(p-q)+(r-s)d)^{rId}} = \frac{a^{p+rId}}{(a+(p-q)d)^{q+sId}}$~~

~~also auch dasselbe ist~~

III formel. I)  $a^{m-n}Id = \frac{a^{mId}}{(a+(m-n)d)^{nId}}$  oder

~~$a^{(m-n)} = (p-q)-(r-s)$~~

$\frac{a^{p-qId}}{(a+(p-q)-(r-s)d)^{r-sId}} = \frac{a^{pId}}{(a+(p-q)d)^{qId}}$

$\frac{a^{pId}}{(a+(p-q-r+s)d)^{rId}}$

$\frac{a^{pId}}{(a+(p-q-r+s)d+(r-s)d)^{rId}}$

2)  $a^{mId} = \frac{a^{pId}}{(a+(p-q)d)^{qId}}$

$(a+(m-n)d)^{nId} = \frac{(a+(p-q-r+s)d)^{rId}}{(a+(p-q-r+s)d+(r-s)d)^{rId}}$  die Formel

ist also identisch. cf. No. 139.

Formel  $h^m \cdot a^{mId} = (ha)^m Ihd$  und so fall  
 $h^{p-q} \cdot a^{p-qId} = (ha)^{p-q} Ihd$  oder  
 $\frac{h^p}{h^q} \cdot \frac{a^{pId}}{(a+(p-q)d)^{qId}} = \frac{(ha)^p Ihd}{(ha+(p-q)dh)^{qId} Ihd}$

man sieht aus der Multiplikation der  
 drei Drücke links unmittelbar ausgedr.  
 also man kann mit der Formel

1)  $a^{mId} = (-1)^m (d-a-md)^{mId}$  d.h.  
 $(-1)^m (d-a-md)^{mId} = (-d+a+md)^{mId} =$   
 $(a+(m-1)d)^{mId-d} = a^{mId}$

2)  $a^{mId} = a^m \cdot mI(d:a)$  d.h.  
 $a^m \cdot mI(d:a) = a^{mI(d:a)} = a^{mId}$

3)  $\left(\frac{a}{A}\right)^{mId} = \frac{a^m}{A^m} \cdot mI(dA:a)$  d.h.  
 $\frac{a^m}{A^m} \cdot mI(dA:a) = \left(\frac{a}{A}\right)^{mI(dA:a)} = \left(\frac{a}{A}\right)^{mId}$

4)  $a^{mId} = d^m \cdot \left(\frac{a}{d}\right)^{mId}$  d.h.  
 $d^m \cdot \left(\frac{a}{d}\right)^{mId} = \left(\frac{ad}{d}\right)^{mId} = a^{mId}$

5)  $a^{mId} = \frac{d^m}{2^m} \cdot \left(\frac{ad}{d}\right)^{mId}$  d.h. das letzte =  $\frac{a \cdot d \cdot d}{d \cdot 2} \cdot mI \frac{d \cdot d}{2} = a^{mId}$

Man kann so auch  $a^{mId} = a^{m(m-1)d}$   
 dr. aus  $(-1)^m = \pm 1$  so kann man  
 multipl. mit  $(-1)^m$  und  
 $(-a-md+d)^{mId}$  multipl.  
 2) in  $a = a \cdot 1$  so kann man  $a$  als  $a \cdot 1$   
 setzen, was man in der Regel mit  $1$  dr.  
 nicht ändern kann. Hier kann man  
 aber  $a^{mId} = (a \cdot 1)^{mId}$  setzen  
 und  $a^m \cdot mI(d:a)$  dr.  $a$  so setzen  
 und  $d$  als  $a$  multipl. dr.  $a$   
 abwärts also  $= d \cdot a$  sein  
 3) dr.  $a$  wird von  $\frac{a}{A}$  multipl.  
 $= \frac{a}{A} \cdot 1 = \frac{a}{A}$   $mI(dA:a)$   
 dann wird  $d \cdot \frac{a}{A} = dA:a$

4) dr.  $a$  wird in  
 multipl. dr.  $a^{mId} =$   
 in  $a = d \cdot a$   
 $\left(\frac{a}{d}\right)^{mId}$

5) dr.  $a = \frac{a \cdot d \cdot d}{d \cdot 2}$   
 $\left(\frac{ad}{d}\right)^{mId} = \left(\frac{ad}{2}\right)^{mId}$



[illegible]

8)  $(a+md)^{nId} = \frac{a^{m+nId}}{a^{mId}}$  Int

$(a+md)^{ntd} \cdot a^{mtd} = a^{m+ntd}$  in  $\text{pols}$   
 Direct proof:  $\text{form II}$ ,  $\text{autonomous}$   $\text{pols}$  &  $\text{pols}$   
 $\text{autonomous}$   $\text{pols}$   $\text{autonomous}$   $\text{pols}$   $\text{autonomous}$   $\text{pols}$   
 Direct  $\text{pols}$   $\text{autonomous}$   $\text{pols}$   $\text{autonomous}$   $\text{pols}$

Suppl. 508.

1.)  $a^{mId} = a^{mId} (u+d)^{mId}$  in  $\mathbb{Z}[u, d]$

$$57.254 = 57.318 \cdot (5+4)^{318}$$

$$5 \cdot (5+4) \cdot (5+8) \cdot (5+12) \cdot (5+16) \cdot (5+20) =$$

$$s: (s+8)(s+16) - (s+4)(s+4+8)(s+4+16)$$

$$\text{Viii. } a^{m+2d} = a(a+2d)(a+4d)(a+6d)(a+8d) \dots (a+(m-1)2d)$$

$$(ii) (a+d)^{m+1} = (a+d)(a+3d)(a+5d) \dots (a+(2m-1)d)$$

Defin  $2^{mI \pm 20} (a \pm 20)^{mI \pm 20}$  mit neuen Faktoren ordentlich zu sein nach Satz 2 =

$$= (a)(a+d)(a+2d)(a+3d)(a+4d) \dots (a+(2m-1)d) = a^{2m} I d$$

$$\begin{aligned} &= (a)(a+d)(a+2d)(a+3d)(a+4d) \dots (a+(2m-1)d) = a \\ &\text{Für Ring mit a priori } m = a^{mId} = a(a+d)(a+2d)(a+3d) \dots (a+(2m-2)d)(a+(2m-1)d) \\ &\text{m. d. Ring ist m-m Faktoren } m = a(a+2d)(a+4d) \dots a+(2m-2)d \cdot a+d(a+3d) \dots a+(2m-1)d \\ &= \begin{pmatrix} a^{mId} \\ \vdots \\ a+d \end{pmatrix}^{mId} \end{aligned}$$

$$2) a^{2n+1}d = a^{n+1}2da \cdot (a+d)^{n+1}d$$

die Formel ergibt sich, wenn wir die Formel anwenden, so wird  
 $a^{2n+1}d = a^{n+1}d \cdot (a+2nd)^{n+1}d = (a+2nd) \cdot a^{n+1}d \cdot (a+d)^{n+1}d$

$$\text{wird } a^{n+1}d \cdot (a+d)^{n+1}d = a^{n+1}d \cdot (a+2nd)^{n+1}d \cdot (a+d)^{n+1}d = (a+2nd) \cdot a^{n+1}d \cdot (a+d)^{n+1}d$$

$$3) a^{3m}d = a^{m+1}3d \cdot (a+d)^{m+1}d \cdot (a+2d)^{m+1}d$$

$$\begin{aligned} a^{m+1}d &= a \cdot \overset{4}{(a+3d)} \cdot \overset{7}{(a+6d)} \cdot \overset{10}{(a+9d)} \cdot \overset{13}{(a+12d)} \cdots (a+(m-1)3d) \quad (m-2 \text{ Faktoren}) \\ (a+d)^{m+1}d &= (a+d) \cdot \overset{5}{(a+4d)} \cdot \overset{8}{(a+7d)} \cdot \overset{11}{(a+10d)} \cdot \overset{14}{(a+13d)} \cdots (a+(m-1)3d) \quad (m-1 \text{ Faktoren}) \\ (a+2d)^{m+1}d &= (a+2d) \cdot \overset{6}{(a+5d)} \cdot \overset{9}{(a+8d)} \cdot \overset{12}{(a+11d)} \cdot \overset{15}{(a+14d)} \cdots (a+2d+(m-1)3d) \quad (m \text{ Faktoren}) \end{aligned}$$

Wir haben nun die Faktoren mit nach der Ordnung der  
 Faktoren 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ..., m-2, m-1, m  
 eine folgende Factor um die d größer des Polynom  
 höchsten Factor um die d größer des Polynom  
 bilden. Ex. 145

$$4) a^{3m+1}d = a^{m+1}3d \cdot (a+d)^{m+1}d \cdot (a+2d)^{m+1}d$$

Wir setzen nun die Gleichung  $a = 10$  zu  
 $a = a^{m+1}d \cdot (a+3md)^{m+1}d = a^{m+1}d \cdot (a+d)^{m+1}d \cdot (a+2d)^{m+1}d \cdot (a+3md)$   
 $15 = a^{m+1}d \cdot (a+3md) \cdot (a+d)^{m+1}d \cdot (a+2d)^{m+1}d$   
 daher ist für  $a = 10$  identisch. Ex. 145.



92 5)  $a^{3m+2Id} = a^{m+1Id} \cdot (a+d)^{m+1Id} \cdot (a+d)^{m+1Id}$

$\text{Sum } A = a^{3mId} \cdot (a+3md)^{2Id} =$

$A = a^{mId} \cdot (a+d)^{mId} \cdot (a+d)^{mId} \cdot (a+3md) \cdot (a+4md)$

$B = a^{mId} \cdot (a+3md)^{1Id} \cdot (a+d)^{mId} \cdot (a+d+3md)^{1Id}$

und es genügt sich die Formel zu überlegen,  $\text{cf. 8<sup>te</sup> 145 u. 146.}$   
 Diese Formeln gelten für  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$  zu  $p = 1$   
 $m = p - q$  dann nimmt man die Formel I.  
 $a^{2pId} = a^{mId} \cdot (a+d)^{mId}$  in  $m = 0$  falls

$a^{2p-2qId} = a^{p-qId} \cdot (a+d)^{p-qId}$  oder

$\frac{a^{2pId}}{(a+(2p-2q)d)^{2qId}} = \frac{a^{mId}}{(a+(p-q)d)^{qId}} \cdot \frac{(a+d)^{pId}}{(a+(p-q)d)^{qId}}$

und es ist die Gültigkeit der Gl. zu zeigen.  
 Für  $a^{2pId} = a^{mId} \cdot (a+d)^{pId}$  nimmt man  $m = 0$

$a^{2pId} = (a+(p-q)d)^{qId} \cdot (a+(p-q)d+d)^{qId} =$

$a + (p-q)d)^{2qId}.$

Formel  $a^{2m+1Id} = a^{m+1Id} \cdot (a+d)^{mId}$  oder  $a^{2p-2q+1Id} = a^{p-q+1Id} \cdot (a+d)^{p-qId}$   $\text{cf. 8<sup>te</sup> 145 u. 146.}$

$\frac{a^{2p+1Id}}{(a+(2p+1-2q)d)^{2qId}} = \frac{a^{p+1Id}}{(a+(p+1-q)d)^{qId}} \cdot \frac{(a+d)^{pId}}{(a+(p-q)d)^{qId}}$

man kann zeigen dass die Formeln auch für  $m = 1, 2, 3, \dots$  gelten.  
 oben 4. Aufg. dieses Buchs.  $\text{cf. 8<sup>te</sup> 146.}$

$$\text{III } a^{m-n} Id = a^{m} Id$$

93

$$= \frac{a^{m} Id}{[a + (m-n)d]^{n} Id} \text{ also: Kutz. des Nenners}$$

vertheilt sich mit mehr links druf der. multipl. mit formel II.  
 Die Erhaltung der abh. von  $m$  in formel II. insbes. ist  
 nicht die Exponenten. der ist. das in der ersten Potenz  
 stehen mußte zu der Basis  $a$  addirt. also form II.  $a^{m} Id$  und prod. mit  
 $a^{m-n} Id$  der  $(m-n)d$ . Also, multipl. mit  $a^{m-n} Id$   
 $a^{m-n} Id \cdot [a + (m-n)d]^{n} Id = a^{(m-n)+n} Id = a^{m} Id$

in formel I. ist eine weitere ganze Facultäten  
 durch.

Charakterist. ist die Einleitend druf man die Formel

Man kann ebenfalls auch formel m. (x) in der

insbes. ist  $m = m-n$  abh. (dies, ist auch, ist  
 $a^{(m-n)+n} Id = a^{(m-n)} Id \cdot (a + (m-n)d)^{n} Id$  oder

$$\frac{a^{m} Id}{[a + (m-n)d]^{n} Id} = a^{(m-n)} Id$$

der formel I. ist die Einleitend ist also die

$$\text{II } a^{m} Id \cdot h^m = (ah)^{m} Id$$

$$\text{Lut. } a^{m} Id = a \cdot (a+d) \cdot (a+2d) \cdot \dots \cdot [a + (m-1)d] \quad \text{beide multipl.}$$

$$\text{und } h^m = h \cdot h \cdot h \cdot \dots \cdot h$$

$$a^{m} Id / h^m = ah \cdot (ah+d) \cdot (ah+2d) \cdot \dots \cdot [ah + (m-1)d] = (ah)^m Id$$

in formel I. ist eine weitere ganze Facultäten  
 durch. die in der ersten Potenz  
 stehen mußte zu der Basis  $a$  addirt.  
 also form II.  $a^{m} Id$  und prod. mit  
 $a^{m-n} Id$  der  $(m-n)d$ . Also, multipl. mit  $a^{m-n} Id$   
 $a^{m-n} Id \cdot [a + (m-n)d]^{n} Id = a^{(m-n)+n} Id = a^{m} Id$



Durch diese Annahme  
 der Differenzbarkeit der Laplace Annahme der Reihe ist zu zeigen  
 dass man  $a^{mId}$  durch  
 die Formel von Laplace  $a^{mId} = \frac{a^{mId}}{[a + (m-n)d]^{mId}}$  ausgedrückt werden kann  
 und dass die Annahme der Differenzbarkeit, wenn man sie  
 auf die Formel von Laplace anwendet, zu einer neuen  
 Gleichung führt. Man erhält  $a^{mId} = \frac{a^{mId}}{[a + (m-n)d]^{mId}}$  und 3. Formel ist, dass  
 die Differenzbarkeit der Reihe zu einer neuen Differenzbarkeit  
 führt. Man erhält  $a^{mId} = \frac{a^{mId}}{[a + (m-n)d]^{mId}}$

$$a^{mId} = \frac{a^{mId}}{[a + (m-n)d]^{mId}}$$

Man erhält  $a^{mId}$  aus der Formel von Laplace, wenn man sie  
 auf die Formel von Laplace anwendet, zu einer neuen  
 Gleichung führt. Man erhält  $a^{mId} = \frac{a^{mId}}{[a + (m-n)d]^{mId}}$  und 3. Formel ist, dass  
 die Differenzbarkeit der Reihe zu einer neuen Differenzbarkeit  
 führt. Man erhält  $a^{mId} = \frac{a^{mId}}{[a + (m-n)d]^{mId}}$

$$a^{1+2} = \frac{a^{3Id}}{[a + (3-2)d]^{2Id}} = \frac{a^{3Id}}{(a+d)^{2Id}} = \frac{a \cdot (a+d) \cdot (a+2d)}{(a+d) \cdot (a+2d)} = a$$

$$a^{0Id} = a$$

To  $a^{0Id}$  ist  $x = m - m$  also

$$a^{0Id} = \frac{a^{mId}}{[a + (m-m)d]^{mId}} = \frac{a^{mId}}{a^{mId}} = 1$$

und es ergibt sich die Gleichung  $a^{mId} = \frac{a^{mId}}{[a + (m-n)d]^{mId}}$

$$a^{-nId} = \frac{a^{mId}}{[a + (m-m-n)d]^{m+nId}} = \frac{a^{mId}}{(a-nd)^{m+nId}}$$

$$a^{-nId} = \frac{a^{mId}}{(a-nd)^{m+nId}}$$

und die Formel von Laplace ist  
 die Formel von Laplace ist







§ 340.

$$\begin{aligned}
 1) \frac{(m+n)!}{n!} &= \frac{1^{m+n} I}{1^{n} I} = \frac{1^{mI} (1+m)^{nI}}{1^{nI}} = \frac{1^{mI} (1+n)^{mI}}{1^{nI}} = (1+n)^{mI} \\
 2) \frac{(m+n)!}{n!} &= \frac{(m+n)^{m+nI-1}}{n^{nI-1}} = \frac{(m+n)^{mI-1} (m+n-n)^{nI-1}}{n^{nI-1}} = \\
 &= (m+n)^{mI-1} = (n+1)^{mI-1} \\
 &= (m+n)(m+n-1) \dots (m+n-(m-1))(-1) \\
 &\quad \dots (m+n-m+1) \\
 &= (n+1)^{mI-1}
 \end{aligned}$$

$$2) \frac{(m+n)!}{m! n!} = \frac{1^{m+n} I}{1^{mI} 1^{nI}} = \frac{1^{mI} (1+m)^{nI}}{1^{mI}} = \frac{(1+n)^{nI-1}}{1^{mI}}$$

$$3) \frac{(n+1)!}{n!} = \frac{1^{n+1} I}{1^{nI}} = \frac{1^{nI} (1+n)^{1I}}{1^{nI}} = 1+n$$

$$4) (n-1)! = \frac{1^{n-1} I}{1^{(1+n-1)I}} = \frac{1^{nI}}{1^{nI}} = \frac{1}{n}$$

§ 342.

$$\begin{aligned}
 1) \frac{(m+n)!}{m! n!} &= \frac{(m+n)^{m+nI-1}}{m^{mI-1} n^{nI-1}} = \frac{(m+n)^{mI-1} (m+n-n)^{nI-1}}{m^{mI-1} n^{nI-1}} = \\
 &= (m+n)^{mI-1} = (m+n)^m = (m+n)^m \dots (m+n)^m \\
 &\quad \dots (m+n)^m
 \end{aligned}$$



$$2) m_n = \frac{m^{nI-1}}{n!} = \frac{m^{nI-1}}{m^{nI-1}} = 1$$

$$m_0 = \frac{m^{0I-1}}{0!} = \frac{m^{0I-1}}{1} = 1$$

$$3) m_{(m+n+1)} = \frac{m^{m+n+1I-1}}{(m+n+1)!} = \frac{m^{m+n+1I-1}}{(m+n+1)^{(m+n+1)I-1}}$$

$$= \frac{m^{mI-1} \cdot (m-m)^{nI-1} \cdot n!}{(m+n+1)^{(m+n+1)I-1}} \quad \text{da nun } m-m =$$

0 ist so ist  $(m-m)^{nI-1} = 0$ , das aber  
 wegen factor in der Summe ist  $= 0$  nicht  
 für den ganz richtig  $= 0$  das, muss man  
 im Clavier können zeigen, so ist  $m_{(m+n+1)} = 0$   
 so ist auch  $m_{(m+1)} = \frac{m^{m+1I-1}}{(m+1)!} = \frac{m^{mI-1} \cdot (m-m)^{1I-1}}{(m+1)!} = 0$

2. f.  $am_p = 0$  nun  $p > m$ .

$$\text{weiter } m_{(m+n)} = \frac{m^{m+nI-1}}{(m+n)!} = \frac{m^{mI-1} \cdot (m-m)^{nI-1}}{(m+n)!} = 0$$

$$4) (-1)^n \cdot (-m-1)_n = (-1)^n \cdot (-m-1)^{nI-1} = \frac{(n+1)^{nI-1}}{n^{nI-1}} =$$

$$= \frac{(m+1+n-1)^{nI-1}}{n^{nI-1}} = \frac{(m+n)^{nI-1}}{n^{nI-1}}$$

$$(-1)^m \cdot (-n-1)_m = (-1)^m \cdot (-n-1)^{mI-1} = \frac{(n+1)^{mI-1}}{m^{mI-1}} =$$

$$\frac{(n+1+m-1)^{mI-1}}{m^{mI-1}} = \frac{(n+m)^{mI-1}}{m^{mI-1}} \quad \text{da nun } D = 0 \text{ ist}$$

$C = 2 \mid B = 1 \mid A = 0$   
 $C = A$

§ 3 v 43.

79

$$j(m+n)_n \cdot x_{m+n} = \frac{(m+n)^{nI-1} \cdot x^{m+nI-1}}{n! \cdot (m+n)!} =$$

$$= \frac{(m+n)^{nI-1} \cdot x^{mI-1} (x-m)^{nI-1}}{n! \cdot (m+n)^{(m+n)I-1}} = \frac{n^{nI-1} \cdot (m+n)^{nI-1}}{(m+n)^{(m+n)I-1}} =$$

$$\frac{(m+n)^{nI-1} \cdot x^{mI-1} \cdot (x-m)^{nI-1}}{n^{nI-1} \cdot (m+n)^{nI-1} \cdot (m+n-n)^{nI-1}} = x_m \cdot (x-m)_n$$

$$x(x+1)_{n+1} = \frac{(x+1)^{n+1I-1}}{(n+1)!} = \frac{(x+1)^{nI-1} \cdot (x+1-n)^{nI-1}}{(n+1)^{n+1I-1}} = \frac{(x+1)^{nI-1} \cdot (x+1-n)^{nI-1}}{(n+1)^{nI-1} \cdot (n+1)^{nI-1}} =$$

$$= \frac{(x+1)^{nI-1} \cdot (x+1-n)^{nI-1}}{(n+1)^{nI-1} \cdot (n+1-n)^{nI-1}} = \frac{x^{nI-1} \cdot (x+1)^{nI-1}}{n! \cdot (n+1)!} =$$

$$x_n \cdot \frac{(x+1)^{nI-1} \cdot n!}{(n+1)!}$$

$$x_{n+1} + x_n = \frac{x^{n+1I-1}}{(n+1)!} + \frac{x^{nI-1}}{n!} =$$

$$\frac{n! \cdot x^{n+1I-1} + x^{nI-1} \cdot (n+1)!}{(n+1)! \cdot n!} = \frac{n! \cdot x^{n+1I-1} + x^{nI-1} \cdot (n+1)^{n+1I-1}}{(n+1)! \cdot n!} =$$

$$= \frac{n! \cdot x^{nI-1} \cdot (x-n) + x^{nI-1} \cdot (n+1) \cdot (n)^{nI-1}}{(n+1)! \cdot n!} = \frac{(x-n+1) \cdot x^{nI-1}}{(n+1)!} =$$

$$= \frac{(x+1) \cdot x^{nI-1}}{(n+1)!} = \frac{(x+1)^{n+1I-1}}{(n+1)!} = (x+1)_{n+1}$$



180 3.)  $(-1)^n a_n = \frac{(-1)^n x^{nI-1}}{n!} = \frac{(-x)^{nI-1}}{n!} =$   
 $= \frac{(-x+n-1)^{nI-1}}{n!} = (-x+n-1)a$

4)  $a_0 = \frac{x^{0I-1}}{0!} = \frac{1}{1} = 1$

5)  $a_1 = \frac{x^{1I-1}}{1!} = \frac{x}{1} = x$

6)  $a_m = 0_m = \frac{x^{mI-1}}{m!} = \frac{x}{m!} = 0$

7) Da gegebenes Tripel  
 versch.  $t_m^n = t_{m-1}^n$  falls nur die  $n$  unterschiedl.  
 sind, und  $t_m^n = t_m^{n-1} - t_m^{n-1}$  das

$t_m^n = t_{m+1}^n$  falls  $t_{m+1}^n - t_{m+1}^{n-1} = t_m^n$  gilt

$t_m^{n-1} = t_{m+1}^{n-1}$  falls  $t_{m+1}^n - t_{m+1}^{n-1} = t_m^n$  gilt

Die Summe der  $n$  ersten Glieder ist mit der ist 101

$$S_m = \frac{n^{m+1}}{(m+1)!} \quad \text{z.B. 5. Ord. Summe 7 ersten Glieder}$$

$$n=4, m=5. \quad \frac{4^6}{6!} = 34 \quad \text{muss auf der Const.}$$

Das heißt für die Summe. Daraus  $T_m^n = S_{m-1}^n$   
 wenn  $n=n, m=m$  ist an beiden

$$\text{Die Definition der geg. Summe ist } T_{m+1}^n = S_m^n \quad \text{muss auf}$$

$$T_m^n = 1$$

zu beweisen die Formel.

$$\text{Die Summe der } n \text{ ersten Glieder ist die } n^{\text{te}} \text{ Grad } n \text{ ist}$$

$$T_1^n = n \quad \text{und} \quad \frac{n^{m+1}}{m!} \quad \text{für } m=1 \text{ ist } \frac{n^{1+1}}{1!} = n$$

Die  $n^{\text{te}}$  Glieder in 2. Ord. ist die Summe der  
 $n$  ersten Glieder in der 1. Ord. Die Summe

$$\text{Die } n \text{ Gl. der 1. Ord. ist } a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (a+(n-1)d) \text{ die}$$

$$\text{Summe ist } a + (n-1)d + (a+(n-2)d) + (a+(n-3)d) + \dots + a$$

$$\text{Addiert man die } (a+(n-1)d) + (a+(n-2)d) + (a+(n-3)d) + \dots + (a+(n-1)d)$$

$$\text{Summe zusammen so}$$

$$\text{dass man erhält } 2S = (a+(n-1)d) + (a+(n-2)d) + \dots + (a+(n-1)d) + a + a + \dots + a$$

$$\text{mit } a + (n-1)d \text{ die letzte Reihe } 2S = (a+(n-1)d) + a + a + \dots + a$$

$$\text{man erhält } 2S = (a+(n-1)d) + a + a + \dots + a$$

$$\text{Die Summe der Reihe ist } \frac{(a+u)n}{2} \text{ Daraus}$$

$$\text{die Summe } \frac{(1+n)n}{2} = T_2^n \text{ man muss die Formel}$$

$$\frac{n^{m+1}}{m!} \text{ ansetzen ist } m=2 \text{ also } \frac{n^{2+1}}{2!} = \frac{n^3}{2!} = \frac{n \cdot (n+1)}{1 \cdot 2}$$

mit, oben also gefunden dass die Summe

der Reihe  $T_m^n$  auf die  $m$ te Ordnung  
 Ordnung geht. —



Um nun die Zahl abgelesen zu können  
ist folgendes Schema nötig, welches  
nicht lautet:

Man nehme eine Reihe von Zahlen die man  
beliebig wählt so wie sie sich aufeinander  
oder auf die in der  $(h+1)$ -ten Reihe. Dieser Ausdruck  
kann man immer abgelesen bei Zahlen  
Kombinationen

Beispiel. Man  $T_h^n = \frac{n^{h+1}}{h!}$  die Reihe

$T_{h+1}^n = \frac{n^{h+2}}{(h+1)!}$  so ergibt, was man nicht

über die Zahlenkombinationen man die  $h$  bedingt  
jede Zahl oder auch  $(h+1)$  und dies ist nun  
bedeutend. Aber man muss nicht weiter  
gehen, man kann auch  $h$  geben. —

Man kann nun auch die Reihe nach  
den Zahlen der Reihe  $h$  und  $h+1$  die  
als Reihe genommen. — Man ist glücklich.

$T_{h+1}^n$  ist nach Definition  $T_h^n = T_h^{n-1} + T_h^n$

man ist  $T_h^{n-1} = T_{h+1}^{n-1}$  das ist

$T_h^{n-1} + T_h^{n-1} = T_{h+1}^n + T_h^n$  das ist

$T_{h+1}^n = T_{h+1}^{n-1} = T_h^n$

Man muss nun

setzen  $n = n-1$  setzen

ist aus der Definition des Anfangs  $S_h^n = 103$   
 Es ist nun deutlich, dass  $S_h^n$  aus der Summe  
 (n-1) Glieder + dem n-ten Gliede (das ist der Rest)  
 besteht. Daraus  $S_h^n = S_h^{n-1} + T_h^n$

I)  $S_h^n = S_h^{n-1} + T_h^n$

Nach der Definition ist nun  $S_h^{n-1} = T_{h+1}^{n-1}$  mit  $T_h^n = \frac{n!}{h!}$   
 mithin  $T_{h+1}^n = T_{h+1}^{n-1} + T_h^n$  oder  $T_{h+1}^n = \frac{n!}{(h+1)!}$

II)  $T_{h+1}^n = T_{h+1}^{n-1} + T_h^n$  oder

III)  $T_{h+1}^n - T_{h+1}^{n-1} = T_h^n$  das ist die Behauptung

Nun zeigen wir, dass man nicht  $T_h^n$  durch  
 Differenzieren, sondern durch die Formel  $T_h^n = \frac{n!}{h!}$  oder  $T_h^n = \frac{n!}{h!}$   
 bestätigen und  $T_h^n = \frac{n!}{h!}$  ist die  
 Folge von  $T_h^n$ . Wir zeigen nun  
 $T_h^n - T_{h+1}^{n-1} = \frac{n!}{(h+1)!} - \frac{(n-1)!}{(h+1)!} = \frac{n! - (n-1)!}{(h+1)!} = \frac{n! - (n-1)!}{(h+1)!}$   
 $= \frac{n! - (n-1)!}{(h+1)!} = \frac{n! - (n-1)!}{(h+1)!} = \frac{n! - (n-1)!}{(h+1)!}$   
 $= \frac{n! - (n-1)!}{(h+1)!} = \frac{n! - (n-1)!}{(h+1)!} = \frac{n! - (n-1)!}{(h+1)!}$   
 $= \frac{n! - (n-1)!}{(h+1)!} = \frac{n! - (n-1)!}{(h+1)!} = \frac{n! - (n-1)!}{(h+1)!}$   
 Wir zeigen nun, dass auch die Formel für  $T_h^n$   
 aus der Definition folgt. Das ist die Behauptung  
 der Formel gemäß. Wir zeigen nun, dass



[illegible]

Der binomische Koeff.  $x_n = \frac{x^{n-1}}{n!}$

1/2 in: auf  $\binom{n+(m-1)}{m}^{m-1}$  in bin. art

$$\Delta u^{\lambda} = (n + m - 1) u^{\lambda} \quad \text{The 2nd inequality}$$

Thorkis inell figurante zord inell in d.  
nomial cat. d. Thorkis inell figurante zord inell in d.  
7-11

$$\binom{n+m-1}{m} = \binom{n+m-1}{n-1} = \frac{(n+m-1)!}{(n-1)!} =$$

$$= \frac{(m+1) \cdot n-1}{(n-1)!}$$

Hiermit die Lösung der II. Formel  $f_m = \frac{n^{m+1} - 1}{(m+1)!}$  verändert  
 so ist klar, dass mit  $f_m = t_{m+1}$  und  $t_{m+1} = \frac{n^{m+1} - 1}{(m+1)!}$   
 hieraus folgt, dass die Formel  $y_{m+1}$  in  $y_m$

Man kann nun die Menge an Kombinationen  
 die man mit  $n$  Elementen bilden kann, also die Anzahl  
 der  $n$ -Elemente-Mengen, leicht ableiten. Dieser Wert  
 ist die  $n$ -te Potenz von 2. Beispiel: drei

$$n = \frac{2^n}{1} \text{ ergibt wiederum das Resultat}$$

das von  $1+2+3+4+\dots+n$  ist also

$$\text{mit } 1+2+3+\dots+n \text{ ist das Resultat } \frac{(n+1)n}{2}$$

also für  $(1+n)n = \frac{n!}{2!}$

Die folgende Reihe der 2. Stufe ist nun  
 mathematisch die Reihe der 2. Stufe der Differenzen  
 die sich aus der Reihe der 1. Stufe ableiten lassen.  
 Diese Reihe ist die Reihe der 2. Stufe der Differenzen  
 die sich aus der Reihe der 1. Stufe ableiten lassen.  
 Die Formel der Reihe der 2. Stufe ist  
 $n = 2$  ist. Und ist es, so ist die Reihe der 2. Stufe  
 die man aus der Reihe der 1. Stufe ableiten kann  
 für  $n = 2$  ist. Und ist es, so ist die Reihe der 2. Stufe  
 die man aus der Reihe der 1. Stufe ableiten kann

$$n = 2 \text{ ist. Und ist es, so ist die Reihe der 2. Stufe}$$

$$n = 2 \text{ ist. Und ist es, so ist die Reihe der 2. Stufe}$$

$$n = 2 \text{ ist. Und ist es, so ist die Reihe der 2. Stufe}$$

Die Reihe der 2. Stufe ist die Reihe der 2. Stufe

$$n = 2 \text{ ist. Und ist es, so ist die Reihe der 2. Stufe}$$

$$n = 2 \text{ ist. Und ist es, so ist die Reihe der 2. Stufe}$$

$$n = 2 \text{ ist. Und ist es, so ist die Reihe der 2. Stufe}$$

$$n = 2 \text{ ist. Und ist es, so ist die Reihe der 2. Stufe}$$



106 Ist also  $\rho_{h+1} = \frac{(h+1)^{3+1}}{3!}$  man sieht  
 $\rho_2 = \frac{h^{3+1}}{3!}$ ; h kann aber 2 sein also  
 gilt die Regel für 3, für 4, 5, 6 u. dgl.  
 Durch diese 2 Formeln für die 1. u. 2. f. d. h. dgl.  
 abstrahieren wir eine allg. n. n. Formel  
 $\rho_m = \frac{n^{m+1}}{(m+1)!}$  und bemerken, daß, wenn  
 $\rho_m = \frac{n^{m+1}}{m!}$  die allg. Formel  $\rho_{m+1} =$

$$\frac{n^{(m+2)!}}{(m+2)!} \quad \text{Lemmal.}$$

Geilen die Formel für  $\rho_{m+1}$  für  $m = h$  so  
 gilt für  $m = h+1$  dies  
 $\rho_{h+1} = \rho_h + \frac{h^{h+1}}{m+1} = \rho_{m+1} + \rho_m =$

$$\frac{h^{(m+2)!}}{(m+2)!} + \frac{(h+1)^{(m+1)!}}{(m+1)!} =$$

$$= \frac{h^{(m+2)!} + (h+1)^{(m+1)!}}{(m+2)!} =$$

$$= \frac{(h)(h+1)(h+2) \dots (h+m+1) + (h+1)(h+2) \dots (h+1+m)(m+2)}{(m+2)!} =$$

ist es einfach

$$\begin{aligned} (h+m+1) &= [(h+1)+m] \\ (h+m+2) &= [(h+1)+m+1] \\ &= (h+1)+(m+2-1) \end{aligned}$$

$$= \frac{(h+1)^{(m+2)!}}{(m+2)!} \quad \text{Weil } \rho_{m+1} = \frac{(h+1)^{(m+2)!}}{(m+2)!}$$

aus der Formel die allg. ist.





hier die Formel § 342, I

1)  $(m+n)_m = (m+n)_{n-1}$   $\frac{n}{2} = \frac{m}{2}$  (weil § 346 I)  $= \frac{n^{2I-1}}{2!} = \frac{(n+1)^{2I-1}}{2!} =$

$n_1 = (n-1+1)_1 =$   $(n+1)_2 = (n+1)_{n-1} = \frac{(n+1)^{n-1I-1}}{(n-1)!} = \frac{3n+1I}{(n-1)!}$

$(n-1+1)_{n-1} = n_{n-1}$   $\frac{n}{2} \frac{(n+1)_{n-1}}{(n-1)!} = \frac{(n+1)^{n-1I-1}}{(n-1)!} = \frac{(n+1)(n)(n-1) \dots (n+1-(n-1-1))}{(n-1)!}$

2)  $\frac{n}{2} \frac{(n+1)_2}{2} = (n+1)_{n-1}$   $= \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \dots (n-1)(n)(n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \dots (n-1)} = \frac{(n-1)!}{1 \cdot 2} = \frac{n^{2I-1}}{2!}$

$\frac{n}{2} \frac{(n+1)_2}{2} = (n-1+2)_2 =$   $6) \frac{n}{2} \frac{(n+1+1)_1}{(n-1)!} = \frac{(n+1+1)^{m-1I-1}}{(n-1)!} \neq$   
 $= (n-1+2)_{n-1} = (n+1)_{n-1}$   $= \text{weil } (\S 346 \text{ V}) = \frac{n^{mI-1}}{m!} = \frac{(n+m-1)^{mI-1}}{m!} =$

3)  $(n+m-1)_m =$   $= (n+m-1)_m = (n+m-1)_{n-1}$   $\frac{n}{2} \frac{(n+m-1)_m}{(n-1)!} = \frac{(n+m-1)^{n-1I-1}}{(n-1)!}$

man kann die Formel auch so schreiben

weil  $m+(n-1) \cdot b_n = \frac{(n+m-1)(n+m-2) \dots (n+m-1-n+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots (n-1)} =$   
 $= \frac{(m+1)(m+2) \dots (m+n-1)}{(n-1)!} = \frac{(m+n-1)!}{(n-1)!}$   
 $= \frac{(m+1)(m+2) \dots (m+n-2)}{(n-1)!} = \frac{(m+n-1)!}{(n-1)!}$   
 $\frac{n}{2} \frac{(m+n-1)!}{(n-1)!} = \frac{(m+n-1)^{n-1I-1}}{(n-1)!}$

# Permutationen. Literat. Comination

Das Spiel d. Logik: aufsteht 2 Linien  
die Logik, die in unregelmäßiger Logik steht, nur,  
und unregelmäßig, und wird durch die Logik selbst.

Die Logik ist die Logik, die Logik ist die Logik,  
die Logik ist die Logik, die Logik ist die Logik.

Die Logik ist die Logik, die Logik ist die Logik,  
die Logik ist die Logik, die Logik ist die Logik.

Die Logik ist die Logik, die Logik ist die Logik,  
die Logik ist die Logik, die Logik ist die Logik.

Die Logik ist die Logik, die Logik ist die Logik,  
die Logik ist die Logik, die Logik ist die Logik.

$$\begin{array}{c} a, b, c \\ ab, ac, ba, bc, ca, cb \end{array}$$

Die Logik ist die Logik, die Logik ist die Logik,  
die Logik ist die Logik, die Logik ist die Logik.

Die Logik ist die Logik, die Logik ist die Logik,  
die Logik ist die Logik, die Logik ist die Logik.

Die Logik ist die Logik, die Logik ist die Logik,  
die Logik ist die Logik, die Logik ist die Logik.



Die Permutationen von fünf Buchstaben  
 Produkt zu erzeugen. Es ist nicht leicht die  
 Permutationen ab ab ba in die Reihe aab, aba, aab  
 zu bringen, wie in der Logik der Buchstaben  
 Permutationen, so klarbare  
 wird möglich zu machen Permutationen

a, b, c, d

aa	ab	ac	ad	aaa	aab	aac	aad
bb	bc	bd		abb	abc	abd	
cc	cd			acc	acd		
dd				add			

Die Permutationen  
 unter einer Kombination  
 stehen

bbb	bbc	bba
bcb	bcb	bcb
ccc	ccd	ccb

Die Permutationen der Elemente in einer  
 Permutation bilden die Klasse der Permutationen

Es ist nicht leicht alle die möglichen Permutationen  
 zu erzeugen, die zu einer gegebenen Permutation  
 gehören in der Variationen der Buchstaben

abc  
 acb  
 cab  
 acb  
 bac  
 bca

Die Permutationen von sechs Buchstaben  
 bilden die Klasse der Permutationen der  
 Buchstaben der Kombinationen der Buchstaben  
 mit den Variationen und alle die möglichen  
 Permutationen





$$\text{Def. } \gamma \text{ ist } \gamma^{\frac{m}{r}} = \kappa_1^{n, i-1}$$

$$x^{(n)} \int_{(1)}^{(n)} = x^n$$

$$S_n = \frac{n!}{n!} = 1$$

$$E_{ij} = \frac{C_{ij}}{C_{..}} = \frac{.2171}{.241}$$

*Humulus lupulus*

Die Anzahl der find in nützlichen - Elementen:  $n$  durch  $n$ .  
 infuran  $n$  und  $1$  Element, das  $n$  mal  $1$  Element  $= 1$ .

2 Elem:  $a, b$ , yubani 2 koordin., = 2!

3 Elemente a, b, c von den 3. Länge sind, wenn 2 weitere  
addiert werden 2 manden mehr nur 1 ist anordnet  
wird dann obige  $2 \cdot 2 = 3!$  2 p. p.





114 2<sup>te</sup> fönkel. Vollen in mit 7. Stern einige andere etc. 2, 2, 1

a, b, c, d, e	5
aa ab ac ad ae	5
bb bc bd be	4
cc cd ce	3
dd de	2
ee	1

$$t_3^5 + t_3^4 + t_3^3 + t_3^2 + t_3^1 = p_3^5 = t_4^5$$

finden in Elemente  $n$  ist die Reihe  $1, 2, \dots, n$   
und inf.  $n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1 = \frac{n(n+1)}{2} = t_2^m$





die Summe der Ausdrücke =  $\sum$  so ist

11f.

$$(a+b)^m = \sum_{r=0}^m \frac{m!}{(m-r)! r!} a^{m-r} b^r$$

binomische Lehrsatz mit  $m$  ein irgendwelches  
ab ist der Binomialkoeffizient der nachher in  
folgenden Analysis. Hier wollen wir uns in  
den Binomialkoeffizienten formen setzen: — dass

$a^r b^r$  heißt  $a+b=m$  man als  $a$  oder  $b$   
(indem  $a$  und  $b$  sich ändern mag) von 0 bis  $m$   
Werte annimmt (wie  $a$  oder  $b$ ) der Approximation  
aller Combinationen mit  $m$  und  $\frac{m!}{r! b!}$  enthält

in  $\sum$  der Binomialkoeffizient  $\frac{m!}{r! b!} a^r b^r$  in der Reihe  
dann jedes der  $\sum$  und  $\sum_{r=0}^m \frac{m!}{r! b!} a^r b^r =$  alle

$$\sum_{r=0}^m a^r b^r = (a+b)^m \quad \text{für } m=4 \text{ und } a+b=4$$

$$(a+b)^4 = \sum_{r=0}^4 \frac{4!}{r! b!} a^r b^r \quad \text{wenn man setzt } b=0 \text{ ist } 4=4$$

$$\left( \frac{4!}{4! 0!} a^4 b^0 \right) = a^4 \quad \text{wenn man setzt } b=1 - a=3$$

$$\left( \frac{4!}{3! 1!} a^3 b^1 \right) = 4a^3 b^1 \quad \text{--- } b=2 - a=2$$

$$\left( \frac{4!}{2! 2!} a^2 b^2 \right) = 6a^2 b^2 \quad \text{--- } b=3 - a=1$$

$$\left( \frac{4!}{1! 3!} a^1 b^3 \right) = 4a^1 b^3 \quad \text{--- } b=4 - a=0$$

$$\left( \frac{4!}{0! 4!} a^0 b^4 \right) = b^4 \quad \text{wenn}$$

$$(a+b)^4 = \sum (a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4) \quad \text{Satzel in } (a+b)(a+b)(a+b)(a+b)$$





Wenn  $a, b, c, d$  beliebig, möglich,  $a, b, c, d$  1, 1, 1, 1  
 sind, so ist die Summe  $= m$  und  
 es soll sein, dass alle möglichen Kombi-  
 nationen dieser Repräsentanten zur Per-  
 müt  $m!$  min. lauffen, anzuordnen sind  
 $a! b! c! d!$   
 daher  $\frac{m!}{a! b! c! d!} (a^a b^b c^c d^d)$  darste.

Prinzipal jedes Var. in der  

$$\frac{m!}{a! b! c! d!} a^a b^b c^c d^d = (a+b+c+d)^m$$
 $a+b+c+d=m$

aus ist das quadratische Polynom  
 ein zweifaches und das polynomische Polynom  
 ein dreifaches

Das binomische mit einem Repräsentanten nicht ein.  
 möglich zu machen  

$$(a+b+c)^m = \frac{m!}{a! b! c!} a^a b^b c^c$$
 $a+b+c=m$ 
 Obgleich ist, dass

aus  $(a+a)^m = \frac{m!}{a!} a^a$  für  $a=b=c$  das binom.

ist, oder auch wenn  $a=(b+c)$  ist, so ist  

$$(a+b+c)^m = \frac{m!}{a!} a^a (b+c)^b$$
 $a+b+c=m$ 
 ein binom.

Das binomische mit  $(b+c)^b = \frac{b!}{a!} b^b c^c$  also

$$(a+b+c)^m = \frac{m!}{a! b! c!} a^a b^b c^c$$
 $a+b+c=m$ 
 Das heißt ist, dass alle  
 möglichen Kombinationen der Repräsentanten  
 anzuordnen sind.

$$x^0 = 1, \quad (x^0 + 1)^{-m} = \frac{m!}{x^0!} x^0 \cdot 1^{m-x^0} \\ (x^0 + 1)^{-m} = \frac{m!}{x^0!} x^0 \cdot 1^{m-x^0}$$

$a + b + c = m$  bedeutet, nämlich die Anzahl  
 der mit  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $m$  in irgend  
 einer Artigen Lage  $a + b + c$  der Zahl  $m$   
 steht, also eine multiplikative Anzahl der  
 in  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $m$  stehenden Zahlen, und  
 die Zahl  $a + b + c$  ist die Anzahl der  
 in  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $m$  stehenden Zahlen.

$$(a+b+c)^m = \sum_{i+j+k=m} \frac{m!}{i!j!k!} a^i b^j c^k$$

2.  $\text{dil-} \frac{1}{2} (a+b+c)^4$  may be found in the same way

[illegible]

*...in die Buchstaben des Alphabets aufgetragen  
...wurde und die Zahlen, welche*

[illegible]

in case an accident should happen to the combination of the  
keys, the safe will be opened by the combination of the keys.

Summen.  $m, \bar{c}, s = 4$

0 0 4	zummalen des des
0 1 0	zummalen des des
0 9 9	zummalen des des

1 1 2 Muffboden, solonchak  
 1 2 0 Muffboden, solonchak

матрица  $u$  и  $v$





122 wo bilden inf. 2 Gleichungen

1)  $a+b+c+d=4$

2)  $b+2c+3d=5$

Bezgl.  $a, b, c, d$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Dies zeigt dass man  
für die beiden Gleichungen

einige in der Gl  $\sqrt[m]{a!b!c!d!}$

die Werte  $m=4, x=5$  und  $a, b, c, d$   
einführen das zeigt auf die Lösung

Die Ausdrücke der Form  $x^m$  sind das  $m$ -te Potenz und erzeugt  
 gemäß der Formel  $x^m = x^{m-1} \cdot x$ .

III. Ausdrücke  $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) \dots$  zu

entwickeln.  $x+a$   
 $x+b$

$x^2 + (a+b)x + ab$  bzw.  $x^2 + (a+b)x + ab$  bzw.  $x^2 + (a+b)x + ab$  bzw.  $x^2 + (a+b)x + ab$

$$x^2 + (a+b)x + ab = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$= x^2 + (a+b+c)x + (ab+ac+bc) + abc$$

Die nützlichen Eigenschaften der Funktionen von  $x$  sind  
 1. Die Funktionen sind symmetrisch, d.h. die Summe der  
 Wurzeln ist gleich  $-(a+b+c+d+\dots)$  und das Produkt  
 der Wurzeln ist gleich  $ab+ac+ad+\dots$ .  
 2. Die Funktionen sind symmetrisch, d.h. die Summe der  
 Wurzeln ist gleich  $-(a+b+c+d+\dots)$  und das Produkt  
 der Wurzeln ist gleich  $ab+ac+ad+\dots$ .  
 3. Die Funktionen sind symmetrisch, d.h. die Summe der  
 Wurzeln ist gleich  $-(a+b+c+d+\dots)$  und das Produkt  
 der Wurzeln ist gleich  $ab+ac+ad+\dots$ .

$$(x+a_1)(x+a_2)(x+a_3) \dots (x+a_n) =$$

$$= x^m + \left[ \begin{matrix} m \\ 1 \end{matrix} \right] x^{m-1} + \left[ \begin{matrix} m \\ 2 \end{matrix} \right] x^{m-2} + \dots + (-1)^m$$

wo  $\left[ \begin{matrix} m \\ k \end{matrix} \right]$  die Binomialkoeffizienten sind, d.h.  $\frac{m!}{k!(m-k)!}$ .

$$x^m + (a_1 x^{m-1} + a_2 x^{m-2} + \dots + a_{m-1} x + a_m)$$

Es ist eine Polynomgleichung in  $x$  mit  
Koeffizienten  $a_1, a_2, \dots, a_m$ .

$$x^m + a_1 x^{m-1} + a_2 x^{m-2} + \dots + a_{m-1} x + a_m = 0$$

Es kann auf diese Weise zu zeigen sein, dass  
das Polynom  $(x+a_1)(x+a_2)(x+a_3)\dots(x+a_m)$

das Polynom  $x^m + a_1 x^{m-1} + a_2 x^{m-2} + \dots + a_{m-1} x + a_m$   
ist. Es ist zu zeigen, dass jedes Glied der  
Reihe zu 0 wird, in jedem Glied der  
Reihe, welches ist, wenn  $a_1, a_2, \dots, a_m$

$$\text{Betrachten wir das } (a+b)^m =$$

$$= a^m + m a^{m-1} b + m a^{m-2} b^2 + \dots + m a b^{m-1} + b^m$$

hier  $a-b = (a+(-b))$  es gilt auch  
das die negative binomiale ist.

$$(a-b)^m = \sum_{k=0}^m (-1)^k m! a^{m-k} b^k$$

Definition  $(-1)^k$  bedeutet  $[\pm(-b)]^k$  wenn  $k$  gerade  
ist, da  $1 + m$   $k$  ungerade, sonst ist  $-$   
nicht möglich. Wegen. Theorem in Definit. des Wer  
des  $a$   $b$   $x$   $y$   $z$   $1820$   $1821$   $1822$   
das  $x = (-1)^k$  bedeutet  $m$   $a$   $b$   $x$   $y$   $z$   
das  $a = 0$   $b = 1$   $x = 1$   $y = 1$   $z = 1$   
das  $a = 0$   $b = 1$   $x = 1$   $y = 1$   $z = 1$



125

1. Ein Kupon mit dem Namen  
 eines Sammelkuponen = 1  
 Kupon (1+6) m d = 1, 1 m d - und wird  
in die Kasse

Ein Kupon gilt nur m = 0 das ist  
 gegen Kasse ist. Für die mit 10 Kuponen  
 gegen Kasse, je Kupon nur 10 Kuponen  
 mit einem Kupon mind. 10 Kuponen  
 geben. Ist es nicht die ist nicht  
 mind. 10 Kupon, dann Summe  
 ein Kupon ist, sind mit einem Kupon  
 Kasse nur mit einem Kupon  
 gegen Kasse. Ist es Geld das Kasse  
 also ist 1 = gegen Kasse =  
 (1+6) m d

(man in jeder Kasse  
 die Kasse ist alle m  
 Kasse ist)

Man in Summe das Kasse ist nicht mind  
 10 Kuponen von Kasse ist gegen Kasse  
 Kasse ist

# Vermuth des Theils.

$$f(x) = (a+b)^{m+1} = a^{m+1} + m a^m b + \dots + m a b^m + b^{m+1}$$

Sei nun  $m = h$ .

Die binomische Formel hat sich in der Folge schon mehrfach bewiesen, und es ist leicht zu sehen, dass sie auch für  $m = h+1$  gilt. Man setze  $m = h$  in der Formel, so erhält man:

$$(a+b)^{h+1} = a^{h+1} + h a^h b + \dots + h a b^h + b^{h+1}$$

Man setze nun  $m = h+1$  in der Formel, so erhält man:

$$(a+b)^{h+2} = a^{h+2} + (h+1) a^{h+1} b + \dots + (h+1) a b^{h+1} + b^{h+2}$$

Man setze nun  $m = h+2$  in der Formel, so erhält man:

$$(a+b)^{h+3} = a^{h+3} + (h+2) a^{h+2} b + \dots + (h+2) a b^{h+2} + b^{h+3}$$

Man setze nun  $m = h+3$  in der Formel, so erhält man:

$$(a+b)^{h+4} = a^{h+4} + (h+3) a^{h+3} b + \dots + (h+3) a b^{h+3} + b^{h+4}$$

Man setze nun  $m = h+4$  in der Formel, so erhält man:

$$(a+b)^{h+5} = a^{h+5} + (h+4) a^{h+4} b + \dots + (h+4) a b^{h+4} + b^{h+5}$$

Man setze nun  $m = h+5$  in der Formel, so erhält man:

$$(a+b)^{h+6} = a^{h+6} + (h+5) a^{h+5} b + \dots + (h+5) a b^{h+5} + b^{h+6}$$

$a^{h+1}d + a^{h+1}d$  zu multiplizieren 127

$h, a^{h-1}d$  zu multiplizieren  $a + (h-1)d$  ist  
mit  $b+d$  dann  $a + (h-1)d$  ist  
auf  $a^{h-1}d$ , um mit  $b+d$  zu multiplizieren

$$h, a^{h-1}d \cdot b^{1d} + h, a^{h-1}d \cdot b^{2d}$$

$$= h, a^{h-1}d \cdot [b+d] = h, a^{h-1}d \cdot [b+d] = h, a^{h-1}d$$

Dieses ist zu multiplizieren mit  $a + (h-1)d$   
dann mit  $b+d$

zu  $a^{h-1}d$  ist  $a + (h-1)d$  ist  
 $a^{h-1}d$ , dann  $h, a^{h-1}d$  ist  
mit  $b+d$  zu multiplizieren  
 $b^{1d} \cdot [b+d] = h, a^{h-1}d \cdot [b+d] = h, a^{h-1}d$   
mit  $a^{h-1}d$  ist dann  $h, a^{h-1}d$   
 $h, a^{h-1}d \cdot b^{1d} + h, a^{h-1}d \cdot b^{2d}$

zu multiplizieren ist dann  $a + (h-1)d$  ist  
dann  $h, a^{h-1}d$  ist zu multiplizieren  
in  $a^{h-1}d$





ist  $(a+b)^{m-1} = \frac{m!}{(h+1)! (m-h)!} (a+b)^{m-1}$  129.

ist die Summe  $\frac{m!}{(h+1)! (m-h)!} (a+b)^{m-1}$   
 ist von der Anzahl  $\frac{m!}{(h+1)! (m-h)!}$  von  
 mit  $\frac{m!}{(h+1)! (m-h)!} = \frac{m!}{(h+1)! (m-h)!}$

Durchführung des Beweises

Wir müssen den Beweis führen  
 den wir in der  $(a+b)^{m-1}$  hat  
 $(a+b)^{m-1}$  zu zeigen so müßte  
 $(a+b)^{m-1}$  die  $(a+b)^{m-1}$  nach  
 mit dem  $(a+b)^{m-1}$  nach  
 zu zeigen, mit der  $(a+b)^{m-1}$   
 ist  $(a+b)^{m-1} = a^{m-1} + \dots + b^{m-1}$   
 Nun ist  $m=1$  mit  $(a+b)^{m-1}$   
 mit  $(a+b)^{m-1} = a^{m-1} + \dots + b^{m-1}$   
 $(a+b)^{m-1} = a^{m-1} + \dots + b^{m-1}$

ist  $(a+b)^1 = a+b$   
 Mit  $m=2$  ist  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
 Mit  $m=3$  ist  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Wenn man die vollständige Induktion anwendet, muss man sich nicht nur für die Basis, sondern auch für den Induktionsschritt kümmern.

Man muss den Beweis gründlich führen und nicht nur die ersten Fälle (2, 3, 4) betrachten, sondern auch die allgemeinen Fälle. Der Induktionsschritt ist dann notwendig, um den Beweis zu schließen.

$$(a+b)^{m+1}d = \int m a^{m-1} d b^2 d$$

Es ist interessant, dass das Ergebnis in der Induktion nicht nur für  $m=1$ , sondern auch für  $m=2$  gilt.

$$(a+b)^{h+1}d = \int h a^{h-1} d b^2 d \quad \text{multipliziert mit } a+b+h$$

man erhält  $(a+b)^{h+1}d$  links

Man muss die multiplizierte Gleichung auf  $a+b+h$  anwenden, um zu zeigen, dass die Gleichung für  $a+b+h$  gilt.

$$\int h a^{h-1} d b^2 d \quad \text{links} \quad \text{rechts} \quad \text{links}$$

$$\text{multipliziert mit } b+h \quad \text{links} \quad \int h a^{h-1} d b^2 d \quad \text{rechts}$$

Die Gleichung ist dann bewiesen, da die Gleichung für  $a+b+h$  gilt.





$$(a+b)^{h+1} Id = a^{h+1} Id + \sum_{b=1}^{h+1} \binom{h+1}{b} a^{h-b} Id \cdot b Id$$

gibt kein in's Auge fallendes Hindernis  
indem in der letzten Summe die  
mit  $b$  multipl. ist dem  $\frac{1}{2} h+1$  am 3.  
ausdrück der Formel 4.

Setzt man  $b = b-1$  in Formel 4

$$\sum_{b=1}^{h+1} \binom{h+1}{b} a^{h+1-b} Id = a^{h+1} Id$$

und in Formel 4 setzt

$$(a+b)^{h+1} Id = \sum_{b=1}^{h+1} \binom{h+1}{b} a^{h+1-b} Id \cdot b Id$$

Welche man dann für  $b$  durch  $a$  und  
für  $\binom{h+1}{b}$  durch  $\frac{1}{2} h+1$  ersetzt  
kann. — man muss nun zeigen  
dass  $\frac{1}{2} h+1$   $\frac{1}{2} h+1$   $\frac{1}{2} h+1$   
erfolgt.

Man kann behaupten es ist leicht zu zeigen, und es  
kann die Frage durch binomische Coeff. beantwortet werden

$$M_n(a+b) = m \text{ ist } \frac{(a+b)!}{a! b!} = (a+b)_r = (a+b)_r$$

$$= m_a = m_b, \text{ man ist } m_a = m_b$$

$(a+b)^m$ ! darf  $a!$  oder  $b!$  Rechen in  $N$  machen  
 $a! \cdot b!$   
 man dividirt  $(a+b)^m$  mit  $(a+b)^m$  oder

$$(a+b)^m$$

oder man darf  $(a+b)^m$  dividirt

$$(a+b)^m = \sum_{a+b=m} \frac{(a+b)^m}{a! \cdot b!} \cdot a^a \cdot b^b$$

if man nun  $a!$  oder  $b!$  darfst  $m!$  darfst

$$\frac{(a+b)^m}{m!} = \text{der Represent. soll man darfst } m!$$

darfst man  $a!$  oder  $b!$  darfst  $m!$  darfst  
 darfst  $m!$  darfst  $m!$  darfst  $m!$  darfst  $m!$

$$a+b=m \text{ oder } a+b=m = \sum_{a+b=m} \frac{1}{a! \cdot b!} \cdot a^a \cdot b^b =$$

$$= \sum_{a+b=m} \left[ \frac{a^a}{a!} \cdot \frac{b^b}{b!} \right] \text{ ist man } d = -1 \text{ für } a, b$$

$$\text{Der voll } (a+b)^m = \sum_{a+b=m} \left[ a^a \cdot b^b \right]$$

oder man darf  $(a+b)^m$  darfst  $m!$  darfst  $m!$   
 oder man darf  $(a+b)^m$  darfst  $m!$  darfst  $m!$



Dieses Theil wird unigeminatheit hieses Theils  
 mehr des binomischen Theils für Negativen  
 Exponenten. —

Die Lösung der höheren Gleichungen

knüpft an das nun geklärte und frage mich  
 wenn  $(x+a)(x+b)(x+c) \dots$  in einer allg.  
 function gegeben ist. nämlich ob Product  
 mindere in die factoren zu zerlegen.  
 frage mich hieses das interessante  
 ingenieurischen Gedanken. Cf. La Grange. Theorie  
 de l'equation: die höhere Gleichung und  
 mindere in die Basis und hieses  
 Cf. Eulers funktions zu hieses de Vermuthungen  
 in seinen Memoires de l'Academie.

der Lösung knüpft 1. in der frage ob  
 jede höhere Gleichung eine Auflösung zu  
 läßt. man den 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.  
 der die quadr. Gl.  $x^2 + Ax + B = 0$  ist

$x = -\frac{1}{2}A \pm \sqrt{\frac{1}{4}A^2 - B}$ . Diese Lösung ist  
 ungenügend und ungenügend mindere

für die Gl.  $x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + Dx^2 + Ex^2 + Fx + G = 0$   
 erhält man dann  $x$  wie  $A, B, C, D, E, F, G$   
 hieses Methode so ist  $G$  hieses Methode  
 hieses  $G$  hieses die Gl. zu 0 bringe!



126. also müsste man das 2<sup>te</sup> Mal  
wiederholen. In speziellen Fällen, wie  
z.B. bei der Berechnung der  
Werte der Funktionen, die in der  
Tabelle angegeben sind, kann man  
sich auf die Formeln beziehen, die  
in der Tabelle angegeben sind.  
Es ist nicht notwendig, die  
Formeln zu wiederholen, da sie  
in der Tabelle angegeben sind.

Ein Mensch kann nicht leben.  
 Es ist nicht im Stande, Dinge zu  
 finden, so wie es nicht zu sein  
 möglich ist, zu sein, weil es  
 imaginär, oder nicht existiert. Es kann  
 sein, dass man das, was man die  
 Welt nicht sieht, so wie die imaginäre  
 Welt nicht existiert, oder ist, so wie imaginär  
 in der Welt =  $p + q\sqrt{-1}$

1) für  $x = C^1 x^{m-1} + C^2 x^{m-2} + C^3 x^{m-3} + \dots + C^m$   
( $\lambda, \gamma, \dots$ )

2) Die allgemeine Gleichung  $x^m + A_1 x^{m-1} + A_2 x^{m-2} + \dots + A_m = 0$

Im ersten Buche ist ein Verzeichnis, nach dem  
ich in der Folge die Art der Ausgaben

$(x-a)(x-b)(x-c) \dots$   
steigt in dem Punkt  $P$  2. Grades

$\frac{1}{2} \text{ inch} = 1 \text{ cm}$ , and you can measure  
 the distance in between the two for example

$C^2 = A_n$  in y. z. kl.  $C^m = (-1)^m \cdot A_m$  r. p. drit  
te Klasse. Grad  $\leq n$  in m. Grad mit m  
Elementen selbst  $\leq$  drit. Grad. Nullar. Major u.  
minor.





[illegible]

Definition zu Thm 87. Einformelzeichen  $\varphi$  von

$a_{n+1} = (a + (n-1)d)^{n+1} - d$

if min  $m = \alpha - \beta$  for min

$$a^{2-\beta} I d = \left[ a + ((\alpha - \beta) - 1) d \right] a^{2-\beta} I - d$$

what was due Difference between

and we find difference between  
 $a$  and  $[a + ((d-1) - 1)d]$  is  $1-d$

$$\frac{a^{2+d}}{[a + (\alpha - \beta - 1)d]^{2+d}} = \frac{[a + (\alpha - \beta - 1)d]^{2+d}}{[a + (\alpha - \beta - 1)d + (\alpha - \beta - 1)d]^{2+d}}$$

under main mound - full of H. waf from 1 mi.  
mounds.

gibet  $\frac{[a + \beta d + (\alpha - 1)d]^{\alpha - 1 - d}}{[a + (\beta - 1)d - \beta d]^{\beta - 1 - d}} = \frac{(a - \beta d)^{\alpha - 1 - d}}{(a - \beta d)^{\beta - 1 - d}}$  139

$\frac{[a + (\beta - 1)d - \beta d]^{\beta - 1 - d}}{[a + (\beta - 1)d - \beta d]^{\beta - 1 - d}} = (a - \beta d)^{\beta - 1 - d}$ .  $(\beta - 1)d - \beta d =$   
 $(\beta - 1 - \beta)d = -d$

folgt aus  $\frac{a^{\alpha - 1 - d}}{[a + (\beta - 1)d]^{\beta - 1 - d}} = \frac{(a - \beta d)^{\alpha - 1 - d}}{(a - \beta d)^{\beta - 1 - d}}$  folgt

folgt aus  $[a + (\beta - 1)d]^{\beta - 1 - d} \cdot (a - \beta d)^{\alpha - 1 - d}$  oder man für multiplicabel zu machen  
 $(a - \beta d)^{\beta - 1 - d} \cdot (a - \beta d + \beta d)^{\beta - 1 - d}$  oder multiplicabel  
 $(a - \beta d)^{\alpha + \beta - 1 - d}$

$a^{\alpha - 1 - d} \cdot (a - \beta d)^{\beta - 1 - d}$  oder man für multiplicabel zu machen  
 $(a - \beta d)^{\beta - 1 - d} \cdot (a - \beta d + \beta d)^{\alpha - 1 - d}$  oder multiplicabel  
 $(a - \beta d)^{\alpha + \beta - 1 - d}$

man hat nun i.p. —

$a^{\alpha - 1 - d} = \frac{a^{\alpha - 1 - d}}{(a + (m - m)d)^{\alpha - 1 - d}}$  in  $\alpha = \alpha - \beta$   
 $m = \beta - \alpha$

Es ist die Quantität, durch die man  
 sich in der Ableitung selbst verhält  
 (nachdem man die Ableitung von



$$a^{n+1}d = a^{m+1}d + (a+m)d^{n+1}, \text{ oder}$$

$$a^{(x-\beta)+1}d = a^{x-\beta}d \cdot (a+(x-\beta)d)^{x-\beta+1}d$$

$$(x-\beta)+1 = x-\beta+1 = \dots$$

$$1) \frac{a^{x+y+1}d}{(a+(x+y-\beta-\delta)d)^{x+y+1}d} = \frac{a^{x+1}d}{(a+(x-\beta)d)^{x+1}d} \cdot \frac{(a+(x-\beta)d)^{x+1}d}{(a+(x+y-\beta-\delta)d)^{x+y+1}d}$$

$$1) \frac{a^{x+1}d \cdot (a+xd)^{x+1}d}{(a+(x+y-\beta-\delta)d)^{x+1}d \cdot (a+(x+y-\beta-\delta+0)d)^{\beta+\delta+1}d} = 1$$

oder multipl. und divid. man beide Ausdrücke mit  $a^{x+1}d$  und mit  $(a+(x+y-\beta-\delta)d)^{x+1}d$  man

$$\frac{(a+xd)^{x+1}d}{(a+(x+y-\beta-\delta)d)^{x+1}d} = \frac{(a+(x-\beta)d)^{x+1}d}{(a+(x-\beta)d)^{x+1}d}$$

$$(a+xd)^{x+1}d \cdot (a+(x-\beta)d)^{\beta+\delta} = (a+xd-\beta d+\beta d)^{x+1}d \cdot (a+(x-\beta)d)^{\beta+\delta}$$

$$= \frac{(a+(x-\beta)d)^{x+\beta+\delta}d}{(a+(x-\beta)d)^{\beta+\delta}d}$$

$$(a+(x+y-\beta-\delta)d)^{\beta+\delta+1}d \cdot (a+(x-\beta)d)^{x+1}d = (a+(x-\beta)d)^{\beta+\delta+1}d$$

man sieht, dass die beiden

# Integration

48

141

Die gewöhnliche Lösung ist nicht möglich.  
 Gl:  $x^2 + 2x + 1 = 0$  muss man für  $x = -1$   
 weil die Wurzel der 10. Gl. nicht lösbar ist.  
 Die Lösungsmethode ist nicht möglich.  
 Methode der Partialbruchzerlegung der  
 Analysis.

Ein gewöhnliche Methode in der Analysis  
 ist die Partialbruchzerlegung. Man hat  
 zu setzen z.B.  $x = y + z$  so kann man  
 die Gleichung aufstellen und die  $x$  durch  $y + z$   
 ersetzen. Man muss dann auf  $x = y + z$  aufpassen  
 in der Integralbildung. Man kann nicht  
 einen Partialbruch zerlegen. Man muss  
 vorsehen. So ist die reduzierte cubische Gl. (für  $x^2$ )

$$x^2 + px + q = 0$$

Setzt  $x = y + z$  gibt  $(y + z)^2 + p(y + z) + q = 0$  d.h.

$$y^2 + z^2 + 2yz + p(y + z) + q = 0 \quad \text{oder}$$

2)  $y^2 + z^2 + (2yz + p)(y + z) + q = 0$ . Man kann  
 vorsehen. Man muss auf  $2yz + p = 0$ , so  
 wird man Gl:

$$1) q + y^2 + z^2 = 0$$

Man soll die Methode von  $y$  und  $z$  verwenden. Die  
 Gleichungen die Methode  $x$  kann man  
 aufstellen. Also die Gl. 2) in 2 Gl: 3 und 4  
 zusammenfassen. Man hat 2 Partialbrüche  
 und eliminiert man man nur

$$z = -\frac{1}{2}p$$

$$q + y^2 - \frac{y^2}{2}p^2 = 0$$

172. *auflösen einer drit. lufte. Gl. in Quadrat*

$$4.) (y^2)^2 + q \cdot (y^2) - \left(\frac{1}{2}p\right)^2 = 0$$

Die Gl. gibt 6. u. 4. Wurzeln, von mit  $y$  unabh.  $y^2$  ist nun drit. Gl. mit  $y^2$  unbekant.

$$y^2 = -\frac{1}{2}q \pm \sqrt{\frac{1}{4}q^2 + \left(\frac{1}{2}p\right)^2}$$

$$5.) y = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q \pm \sqrt{\frac{1}{4}q^2 + \left(\frac{1}{2}p\right)^2}}$$

$$6.) \text{ Da } z = -\frac{\frac{1}{2}p}{y} \text{ so wird } z = \frac{-\frac{1}{2}p}{\sqrt[3]{-\frac{1}{2}q \pm \sqrt{\frac{1}{4}q^2 + \left(\frac{1}{2}p\right)^2}}}$$

$x = y + z$  also = drit. Wurzeln der drit. Gl.  
Man setzt  $y$  &  $z$  in die drit. Gl. ein, dann  
kürzt man auf den Nenner  $(a-b)(a+b) =$   
 $a^2 - b^2$ . Man multipliziert Zähler und Nenner mit  
der cub. Wurzel  $\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}q^2 + \left(\frac{1}{2}p\right)^2}$

$$\frac{-\frac{1}{2}p \cdot \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q \pm \sqrt{\frac{1}{4}q^2 + \left(\frac{1}{2}p\right)^2}}}{-\frac{1}{2}p} =$$

$$x = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q \pm \sqrt{\frac{1}{4}q^2 + \left(\frac{1}{2}p\right)^2}}$$

Dieses mit 1. u. 2. Cardanischen  
formel. Man multipliziert mit 1.  
überführt.



drüßte Art zu verstehen wie das Quadrat. 143

Ja fast 3 verschiedene Methoden

Erste.  $\sqrt[3]{1}$  fast 3 verschiedene Methoden. Das  
kürzeste mit  $\sqrt[3]{1}$  das dritte Dämpfung

$x$  ist nicht  $x^3 = 1$ . Bist jedes Wort zum  
 $x$  das ist lab. aufbauen und 1. geht ist ein  
Mangelwort. Das man  $x^3 = 1 = x^3 - 1 = 0$

Das ist ein kubische Gl. mit  $x$  fast 3 Dämpfung.  
Das man Wort ist 1. man durch Prob. kenne  
zu finden ist. Also

$$x-1 \mid x^3-1 = x^2+x+1=0$$

$$x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}-1} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{-\frac{3}{4}}$$

zweite verschiedene Methoden geht

Drum ist das die Ja abwechselnd 3. geht.  
Mittelst fast das ist man  $x^3$  ist man

$$x^3 = a$$

$$x^3 - a = 0$$

also  $x$  fast 3 Methoden. Das  $a = a$  ist ist

$\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{1}$  also. Das  $\sqrt[3]{1}$  3 Methoden

fast in der Welt  $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{1}$  und 3 Methoden

Das stellen sich also jedes mal Mangel.

Das ist die Gl. 5 fast 3 Methoden man

das  $\sqrt[3]{a}$  und + Quadrat man in man

3 man  $\sqrt[3]{a}$  und - man. m. also fast 3

3 Methoden. man fast man man

das ist Maßzahl von  $\sqrt{3}$   
die sind 1.

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{-3}$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{-3}$$

so sind die Maßzahlen von  $\sqrt{3}$   
mit einem  $\sqrt{3}$

$$6 \cdot 1$$

$$6 \cdot (-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{-3})$$

$$6 \cdot (-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{-3})$$

2) in quadr. zahl 3, und in  
Cubik zahl 1

1) das ist  $y$  ad hoc  $x$   
gleich

das 5 ist fragezeichen: aus Gl 4, male  
von 6 Quadrat, ist mit  $y$  der 6 Maß. fort.  
mit dem Zahlen Quadrat fort mit  $x$  in  
6) 6 Maß. Die fragezeichen ist  $x = y + z$   
die mit  $y$  6 Quadrat mit  $z$  mit 6 Maß.  
Maße fort so haben die manie, die  
6 Quadratsummen alle  $x$  manie  
6 Maß. fort der der  $x$  man 3 Maß.  
gleich ist. Das ist mit  $y$  6 Maß. fort  
male Maß. von  $x$  mit dem Maß. von  $y$   
gleich man soll mit  $x$  zu bekommen  
folgt der  $x + y$  Maß. fort ad hoc, zu stellen  
mit der Resultate haben, mit einem  
so zu stellen Resultaten. —

Das ist mit 5)  $z = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$  folgt male  
der 6 Maß. mit  $y$  fort  $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$  man man  
gleichan Maß. ist der  $z$  fort, so folgt  
der man die manie mit man  
mit manie fort, sondern die manie  
der manie ist. —  
das ist mit dem der der  $x$  mit  
6 Maß. fort, so folgt, so  
male Maß. der  $y$  ist, man  
mit manie der  $x$  zu bekommen  
das ist  $x + y = x$  haben.





Es ist allgemein in der  $r$ ten Reihe  $n$  beliebig  
 also man  $r = n-1$

$$a^{n(n-1)d} = a^{m+1+nd} \cdot (a+d)^{m+1+nd} \cdot (a+2d)^{m+1+nd} \cdots (a+(n-2)d)^{m+1+nd} \cdot (a+(n-1)d)^{m+1+nd}$$

Es nun allgemein in der  $r$ ten Reihe  $m = (p-q)$   
 also dann

$$a^{n(p-q)d} = a^{p-q+nd} \cdot (a+d)^{p-q+nd} \cdots (a+(n-1)d)^{p-q+nd}$$

$$\frac{a^{npd}}{(a+(p-q)d)^{nq}} = \frac{a^{p+nd} \cdot (a+d)^{p+nd} \cdots (a+(n-1)d)^{p+nd}}{(a+(p-q)d)^{q+nd} \cdot (a+(p-q)d)^{q+nd} \cdots (a+(p-q)d)^{q+nd}}$$

aus der ersten Reihe zweiter Reihe die Natur der Natur = ist

nach  $r = n-1$  und  $r = (p-q)-1$

$$a^{n(p-q)+r+d} = a^{(p-q)+1+nd} \cdot (a+d)^{p-q+1+nd} \cdots (a+(n-2)d)^{p-q+1+nd} \cdot (a+(n-1)d)^{p-q+1+nd}$$

$$a^{n(p-q)d} \cdot (a+(p-q)d)^{r+d} = a^{p-q+nd} \cdot (a+(p-q)d)^{q+nd} \cdot (a+d)^{p-q+nd} \cdot (a+(p-q)d)^{q+nd}$$

$$\cdots (a+(n-2)d)^{p-q+nd} \cdot (a+(n-1)d)^{p-q+nd} \cdot (a+(n-1)d)^{p-q+nd}$$

Es ist also  $a^{n(p-q)d} = a^{p-q+nd} \cdot (a+d)^{p-q+nd} \cdots (a+(n-2)d)^{p-q+nd} \cdot (a+(n-1)d)^{p-q+nd}$

und also  $(a+(p-q)d)^{r+d} = (a+(p-q)d) \cdot (a+(p-q)d+d) \cdot (a+(p-q)d+2d) \cdots (a+(p-q)d+(r-1)d)$

Es ist die Reihe  $r$  allgemein in der  $r$ ten Reihe  $r = n-1$

Two nullen  $y^2 + z^2 + 9 = 0$

$$2) \quad 3yz + 12 = 0$$

[illegible]

Very full the next analytical description

[illegible]

die 4te und 5te Funktion der Luft, die in der

unseren Körper, wenn sie in die Lungen  
 einströmt, zu verfließen, mit der Menge  
 verbunden, welche die Lungen  
 aufnehmen, und die Menge  
 welche =  $\frac{1}{2}$  der Lungen ist, ist + 2 und nicht  
 - 2

Zweite Bemerkung

$$u^3 + au^2 + bu + c = 0 \text{ aufzulösen}$$

aus der 1ten Bemerkung ist es klar, dass  
 so oft die Wurzelwurzel der Lungen =  
 und die Lungen der Lungen + p.

Ist also  $u + p = x$  da die u jede der Lungen  
 der Lungen ist, so ist  $u + p = \frac{x+p}{2}$  oder da



Wirden für  $x$  die Wurzeln der: also  $u = x - p$  119.  
 d. f. man, in statt  $u$ ,  $x - p$  setzen können

$$\left. \begin{array}{l} x^3 - 3px^2 + 3p^2x - p^3 \\ ax^2 - 2apx + ap^2 \\ px - bp \\ + c \end{array} \right\} = 0$$

$$\text{oder } x^3 - 3p$$

mit  $p$  kann, in setzen, auch in, mit, in  
 setzen, also  $a - 3p = 0$  also  $p = \frac{1}{3}a$ .  
 in, also, also, statt  $p = \frac{1}{3}a$  derin  
 mit Coef. von  $x^2 = 0$  also in, also, mit

$$x^3 + qx + r = 0$$

da, mit, die, obige, Regel, nicht, zu, ist  
 münden, kann.

### 3<sup>te</sup> Gleichung

$$x^4 + px^3 + qx^2 + r = 0 \text{ auflösen}$$

mit, diesen, mit, die, Cardanische, Methode  
 anzuwenden. man, setzt,  $x = y + z$  in  
 ein, und, die, Cardanische, Methode, an.  
 die, mit, die, Function,  $x^4 + px^3 + qx^2 + r$   
 in, die, Cardanische, Methode, an.  
 in  $(x^2 + \alpha x + \beta)(x^2 - \alpha x + \gamma)$

150.

(wir  $x^3$  soll. so ist zu setzen  $x^2 - ax$  in  
 $x^3 + ax$  multipl. sich haben muß also  
 $ax$  muß  $ax$  sein multipliziert (werden.)  
 ist multipliziert und haben

$$x^4 + (\beta + \gamma - a^2)x^2 + a(\gamma - \beta)x + \beta\gamma \quad \text{denn}$$

muß sein  $x^4 + px^2 + qx + r$  also muß

$$\begin{aligned} 1) \beta + \gamma - a^2 &= p \\ 2) a(\gamma - \beta) &= q \\ 3) \beta\gamma &= r \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{müssen die Gleichungen} \\ \text{müssen aufgelöst werden} \\ \text{im Übrigen ist } a, \beta, \gamma \end{array} \right\} \text{ zu finden.}$$

Aus 1 und 2) wollen wir  $\beta$  und  $\gamma$  finden  
 in der Regel in 3) eintreten:

$$\gamma - \beta = \frac{q}{a} \quad \text{oder da es Summe ist, so ist}$$

$$\beta + \gamma = p + a^2 \quad \text{einsetzen: geben ist}$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{2} \left( a^2 + p + \frac{q}{a} \right) \\ \beta &= \frac{1}{2} \left( a^2 + p - \frac{q}{a} \right) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{einsetzen in 3} \\ \text{ergibt} \end{array} \right\}$$

$$4) \frac{x^4 + 2px^2 + p^2 - \frac{q^2}{a^2}}{a^2} = 4r$$

$$\text{denn } \left[ (a^2 + p) + \frac{q}{a} \right] \left[ (a^2 + p) - \frac{q}{a} \right] = p^2 - \frac{q^2}{a^2}$$

4) wenn man das in

$$5) x^6 + 2px^4 + (p^2 - 4r)x^2 - q^2 = 0 \quad \text{ist } a^6 = (a^2)^3 \text{ so ist das}$$

abgeleitet  $x$  ist für  $b$  (W. oder) und die Faktoren





# Numerische Gleichung

Viel's Methode ist nicht, welche Methode an  
 gebräuchlich, auf was Länge, und ist nicht  
 manigfaltig, sondern ganz besser. Ich will das  
 in Tafel 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000, 1001, 1002, 1003, 1004, 1005, 1006, 1007, 1008, 1009, 1010, 1011, 1012, 1013, 1014, 1015, 1016, 1017, 1018, 1019, 1020, 1021, 1022, 1023, 1024, 1025, 1026, 1027, 1028, 1029, 1030, 1031, 1032, 1033, 1034, 1035, 1036, 1037, 1038, 1039, 1040, 1041, 1042, 1043, 1044, 1045, 1046, 1047, 1048, 1049, 1050, 1051, 1052, 1053, 1054, 1055, 1056, 1057, 1058, 1059, 1060, 1061, 1062, 1063, 1064, 1065, 1066, 1067, 1068, 1069, 1070, 1071, 1072, 1073, 1074, 1075, 1076, 1077, 1078, 1079, 1080, 1081, 1082, 1083, 1084, 1085, 1086, 1087, 1088, 1089, 1090, 1091, 1092, 1093, 1094, 1095, 1096, 1097, 1098, 1099, 1100, 1101, 1102, 1103, 1104, 1105, 1106, 1107, 1108, 1109, 1110, 1111, 1112, 1113, 1114, 1115, 1116, 1117, 1118, 1119, 1120, 1121, 1122, 1123, 1124, 1125, 1126, 1127, 1128, 1129, 1130, 1131, 1132, 1133, 1134, 1135, 1136, 1137, 1138, 1139, 1140, 1141, 1142, 1143, 1144, 1145, 1146, 1147, 1148, 1149, 1150, 1151, 1152, 1153, 1154, 1155, 1156, 1157, 1158, 1159, 1160, 1161, 1162, 1163, 1164, 1165, 1166, 1167, 1168, 1169, 1170, 1171, 1172, 1173, 1174, 1175, 1176, 1177, 1178, 1179, 1180, 1181, 1182, 1183, 1184, 1185, 1186, 1187, 1188, 1189, 1190, 1191, 1192, 1193, 1194, 1195, 1196, 1197, 1198, 1199, 1200, 1201, 1202, 1203, 1204, 1205, 1206, 1207, 1208, 1209, 1210, 1211, 1212, 1213, 1214, 1215, 1216, 1217, 1218, 1219, 1220, 1221, 1222, 1223, 1224, 1225, 1226, 1227, 1228, 1229, 1230, 1231, 1232, 1233, 1234, 1235, 1236, 1237, 1238, 1239, 1240, 1241, 1242, 1243, 1244, 1245, 1246, 1247, 1248, 1249, 1250, 1251, 1252, 1253, 1254, 1255, 1256, 1257, 1258, 1259, 1260, 1261, 1262, 1263, 1264, 1265, 1266, 1267, 1268, 1269, 1270, 1271, 1272, 1273, 1274, 1275, 1276, 1277, 1278, 1279, 1280, 1281, 1282, 1283, 1284, 1285, 1286, 1287, 1288, 1289, 1290, 1291, 1292, 1293, 1294, 1295, 1296, 1297, 1298, 1299, 1300, 1301, 1302, 1303, 1304, 1305, 1306, 1307, 1308, 1309, 1310, 1311, 1312, 1313, 1314, 1315, 1316, 1317, 1318, 1319, 1320, 1321, 1322, 1323, 1324, 1325, 1326, 1327, 1328, 1329, 1330, 1331, 1332, 1333, 1334, 1335, 1336, 1337, 1338, 1339, 1340, 1341, 1342, 1343, 1344, 1345, 1346, 1347, 1348, 1349, 1350, 1351, 1352, 1353, 1354, 1355, 1356, 1357, 1358, 1359, 1360, 1361, 1362, 1363, 1364, 1365, 1366, 1367, 1368, 1369, 1370, 1371, 1372, 1373, 1374, 1375, 1376, 1377, 1378, 1379, 1380, 1381, 1382, 1383, 1384, 1385, 1386, 1387, 1388, 1389, 1390, 1391, 1392, 1393, 1394, 1395, 1396, 1397, 1398, 1399, 1400, 1401, 1402, 1403, 1404, 1405, 1406, 1407, 1408, 1409, 1410, 1411, 1412, 1413, 1414, 1415, 1416, 1417, 1418, 1419, 1420, 1421, 1422, 1423, 1424, 1425, 1426, 1427, 1428, 1429, 1430, 1431, 1432, 1433, 1434, 1435, 1436, 1437, 1438, 1439, 1440, 1441, 1442, 1443, 1444, 1445, 1446, 1447, 1448, 1449, 1450, 1451, 1452, 1453, 1454, 1455, 1456, 1457, 1458, 1459, 1460, 1461, 1462, 1463, 1464, 1465, 1466, 1467, 1468, 1469, 1470, 1471, 1472, 1473, 1474, 1475, 1476, 1477, 1478, 1479, 1480, 1481, 1482, 1483, 1484, 1485, 1486, 1487, 1488, 1489, 1490, 1491, 1492, 1493, 1494, 1495, 1496, 1497, 1498, 1499, 1500, 1501, 1502, 1503, 1504, 1505, 1506, 1507, 1508, 1509, 1510, 1511, 1512, 1513, 1514, 1515, 1516, 1517, 1518, 1519, 1520, 1521, 1522, 1523, 1524, 1525, 1526, 1527, 1528, 1529, 1530, 1531, 1532, 1533, 1534, 1535, 1536, 1537, 1538, 1539, 1540, 1541, 1542, 1543, 1544, 1545, 1546, 1547, 1548, 1549, 1550, 1551, 1552, 1553, 1554, 1555, 1556, 1557, 1558, 1559, 1560, 1561, 1562, 1563, 1564, 1565, 1566, 1567, 1568, 1569, 1570, 1571, 1572, 1573, 1574, 1575, 1576, 1577, 1578, 1579, 1580, 1581, 1582, 1583, 1584, 1585, 1586, 1587, 1588, 1589, 1590, 1591, 1592, 1593, 1594, 1595, 1596, 1597, 1598, 1599, 1600, 1601, 1602, 1603, 1604, 1605, 1606, 1607, 1608, 1609, 1610, 1611, 1612, 1613, 1614, 1615, 1616, 1617, 1618, 1619, 1620, 1621, 1622, 1623, 1624, 1625, 1626, 1627, 1628, 1629, 1630, 1631, 1632, 1633, 1634, 1635, 1636, 1637, 1638, 1639, 1640, 1641, 1642, 1643, 1644, 1645, 1646, 1647, 1648, 1649, 1650, 1651, 1652, 1653, 1654, 1655, 1656, 1657, 1658, 1659, 1660, 1661, 1662, 1663, 1664, 1665, 1666, 1667, 1668, 1669, 1670, 1671, 1672, 1673, 1674, 1675, 1676, 1677, 1678, 1679, 1680, 1681, 1682, 1683, 1684, 1685, 1686, 1687, 1688, 1689, 1690, 1691, 1692, 1693, 1694, 1695, 1696, 1697, 1698, 1699, 1700, 1701, 1702, 1703, 1704, 1705, 1706, 1707, 1708, 1709, 1710, 1711, 1712, 1713, 1714, 1715, 1716, 1717, 1718, 1719, 1720, 1721, 1722, 1723, 1724, 1725, 1726, 1727, 1728, 1729, 1730, 1731, 1732, 1733, 1734, 1735, 1736, 1737, 1738, 1739, 1740, 1741, 1742, 1743, 1744, 1745, 1746, 1747, 1748, 1749, 1750, 1751, 1752, 1753, 1754, 1755, 1756, 1757, 1758, 1759, 1760, 1761, 1762, 1763, 1764, 1765, 1766, 1767, 1768, 1769, 1770, 1771, 1772, 1773, 1774, 1775, 1776, 1777, 1778, 1779, 1780, 1781, 1782, 1783, 1784, 1785, 1786, 1787, 1788, 1789, 1790, 1791, 1792, 1793, 1794, 1795, 1796, 1797, 1798, 1799, 1800, 1801, 1802, 1803, 1804, 1805, 1806, 1807, 1808, 1809, 1810, 1811, 1812, 1813, 1814, 1815, 1816, 1817, 1818, 1819, 1820, 1821, 1822, 1823, 1824, 1825, 1826, 1827, 1828, 1829, 1830, 1831, 1832, 1833, 1834, 1835, 1836, 1837, 1838, 1839, 1840, 1841, 1842, 1843, 1844, 1845, 1846, 1847, 1848, 1849, 1850, 1851, 1852, 1853, 1854, 1855, 1856, 1857, 1858, 1859, 1860, 1861, 1862, 1863, 1864, 1865, 1866, 1867, 1868, 1869, 1870, 1871, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, 1893, 1894, 1895, 1896, 1897, 1898, 1899, 1900, 1901, 1902, 1903, 1904, 1905, 1906, 1907, 1908, 1909, 1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916, 1917, 1918, 1919, 1920, 1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927, 1928, 1929, 1930, 1931, 1932, 1933, 1934, 1935, 1936, 1937, 1938, 1939, 1940, 1941, 1942, 1943, 1944, 1945, 1946, 1947, 1948, 1949, 1950, 1951, 1952, 1953, 1954, 1955, 1956, 1957, 1958, 1959, 1960, 1961, 1962, 1963, 1964, 1965, 1966, 1967, 1968, 1969, 1970, 1971, 1972, 1973, 1974, 1975, 1976, 1977, 1978, 1979, 1980, 1981, 1982, 1983, 1984, 1985, 1986, 1987, 1988, 1989, 1990, 1991, 1992, 1993, 1994, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221,



[illegible]



man muss das also aus demselben nachsehen. 55  
 man kann aber auch sehr  $a \pm c \pm (b \pm d)\sqrt{-1} =$   
 $\alpha + \beta\sqrt{-1}$  dargestellt werden.

man muss multipl. haben:  $ac - bd + (ad + bc)\sqrt{-1} =$   
 $\alpha + \beta\sqrt{-1}$

man vergleicht mit  $\alpha + \beta\sqrt{-1}$  und da  $\alpha = \text{Zusatz}$  sein

dividiert man  $\frac{a+b\sqrt{-1}}{c+d\sqrt{-1}}$  das soll  $= x+y\sqrt{-1}$  sein

$$\text{also muss } a+b\sqrt{-1} = (x+y\sqrt{-1})(c+d\sqrt{-1}) =$$

$$= (cx - dy) + (dx + cy)\sqrt{-1}$$

man muss also ab möglich ist  $\frac{cx - dy}{dx + cy} = \frac{a}{b}$  zu setzen

man muss die auch die identisch. aus diesen  
 möglichen Gle. lassen sich aber solche reelle  
 finden für  $x$  und  $y$  so dass die Gl. identisch  
 wird. das ist die Methode der möglichen L. 56  
 die auch demselben sind mit der form  $a + b\sqrt{-1}$   
 kann man nicht. ist die dann die dann  
 die dann ist mit der Methode der möglichen  
 L. 57 aus dem die form  $a + b\sqrt{-1}$

es seien nun die form  $a + b\sqrt{-1}$  mit  $a + b\sqrt{-1}$   
 die form  $a + b\sqrt{-1}$  und  $a + b\sqrt{-1}$   
 die form  $a + b\sqrt{-1}$  und  $a + b\sqrt{-1}$   
 die form  $a + b\sqrt{-1}$  und  $a + b\sqrt{-1}$

156.

ist die Gleichung  $p+q\sqrt{-1} = p_1+q_1\sqrt{-1}$  nur  
 $p, q, p_1$  und  $q_1$  reell sind, ist die Frage ob  
 die umgekehrte Gleichung denkbar ist.

$$p = p_1$$

$$q = q_1$$

Dies müßte aber nicht so werden mit obener Gf.  
 man nehme  $(p-p_1)\sqrt{-1} = (q_1-q)\sqrt{-1}$  da man  $\frac{p_1}{q_1} = \frac{p}{q}$   
 ist so ist es nicht 0, welche heißt es für?  
 gleichbedeutend  $\frac{p-p_1}{q-q_1} = \sqrt{-1}$  also nicht reell

gleiches Maß  $\frac{q-q_1}{p-p_1} = \sqrt{-1}$  noch nicht sein kann  
 das drüber mit man  $p, q, p_1$  und  $q_1$  reell  
 sind ist nicht möglich man hat auch die volle Form

Dann ist  $\frac{a+b\sqrt{-1}}{c+d\sqrt{-1}}$  kann ist gleichverwandelt.

$$\text{manchmal doch } (p+q)(p-q) = p^2+q^2$$

$$\text{also } \frac{(a+b\sqrt{-1})(c-d\sqrt{-1})}{(c+d\sqrt{-1})(c-d\sqrt{-1})} = \frac{(a+b\sqrt{-1})(c-d\sqrt{-1})}{c^2+d^2} =$$

$$\frac{(ac+bd) + (bc-ad)\sqrt{-1}}{c^2+d^2} = \frac{d+b\sqrt{-1}}{c^2+d^2}$$

man kann zeigen ist man bei Multiplikation  
 der reellen und  $\sqrt{-1}$  mit sich selbst ist 0. man  
 sieht es. Auf man nehme ob ab

$$\sqrt{a+b\sqrt{-1}} = x+y\sqrt{-1} \text{ heißt d.h. ob}$$

$$a+b\sqrt{-1} = (x+y\sqrt{-1})^2 = (x^2-y^2) + 2xy\sqrt{-1}$$

$$\text{oder } x^2 - y^2 = a$$

$$2xy = b$$

das voraussetzen dich, kannst du die  
Lsg. = find. sind 2. also auch sind  
keinen anderen Mng., die Lsg. den  
Lsg. müssen sein.

Kann nicht mehr die Lsg. möglich sein

$$\text{also } x+y = 2d \quad \text{also } x^2 - y^2 = 4ds = a$$

$$\frac{x = s+d}{y = s-d} \quad \text{also } (s^2 - d^2) = b$$

damit ist nicht symmetrisch und

$$y = \frac{b}{2x} \quad \text{das Muss eingesetzt ist } x^2 - a'x^2 - \frac{1}{4}b^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}(a^2 + b^2)}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}(a^2 + b^2)}}$$

man ist das - Zeichen in der 2. Mng.

man kann die reellen Wurzeln mit man kann die  
Lsg. identisch.





ist in manchen. radiale ist der 100  
 die in die 100. 100. 100.

$$(y_1 \times y_4)^m = y_1^m \times y_4^m = a.1 = a$$

Es wird man a in m absolute Zahlen  
 für  $\sqrt{a}$  in Mafsen geben, welche eindeutig  
 in der ist die Mafsen auf 100. 100.  
 bei Quadratwurzel, damit man nicht  
 einen anderen Mafsen für den selben Zahlen.  
 Man findet alle Mafsen von 100. 100.  
 wenn man 100. 100. 100. 100. 100. 100.  
 durch alle Mafsen 100. 100. 100. 100. 100. 100.

$$\sqrt{a} = a_1 \cdot \sqrt{1}$$

Das ist das Thema der Ge. können wir  
 das auch  $x^8$  alle Mafsen finden  
 die man  $x^{10}$  mit

$$x^{10} - 1 = 0 \text{ ist}$$

$$(x^5 + 1)(x^5 - 1) = 0$$

wenn  $x^{10} - 1 = 0$  gilt

$$(x-1)(x^{10} + x^9 + x^8 + \dots + x^2 + x + 1) = 0$$

Man würde also nur die Mafsen der  
 Analysis ein Mafsen finden.

Lehren der Unendlichen Ketten  
oder unendliche Analysis

Wenn man sich  $\frac{3}{7}$  in einer decimalen  
 Zahl ausdrücken will, so ist unendlich die Reihe

$$\frac{3}{7} = 0,428571428571428\ldots \text{ und wenn}$$

die obige Summe ist die nach bestimmter  
 Regel mit unendlicher Fortwährl. Diese unendliche  
 Reihe giebt einen bestimmten Wert an, und  
 $\frac{3}{7}$ . Und wie mit jedem andern Bruch  
 man immer. Hat man die Reihe  
 selbst, so ist es, wie man will, abgelesen  
 können, und die Reihe

$$0,428571428\ldots =$$

$$0 + 4\frac{1}{10} + 2\frac{1}{100} + 8\frac{1}{1000} + 5\frac{1}{10000} + \ldots$$

$$\text{oder } 0 + 4x + 4x^2 + 8x^3 + 5x^4 + \ldots$$

oder ein gewisses Wort der Reihe

$$A_0 + A_1x + A_2x^2 + A_3x^3 + \ldots$$

Wenn man die Reihe mit einem andern  
 oder unendlichen nach Potenzen  
 von  $x$  multiplicirt, so ist die  
 Last  $A_0$   $A_1$   $A_2$   $A_3$   $A_4$   $A_5$   $A_6$   $A_7$   $A_8$   $A_9$   $A_{10}$   $A_{11}$   $A_{12}$   $A_{13}$   $A_{14}$   $A_{15}$   $A_{16}$   $A_{17}$   $A_{18}$   $A_{19}$   $A_{20}$   $A_{21}$   $A_{22}$   $A_{23}$   $A_{24}$   $A_{25}$   $A_{26}$   $A_{27}$   $A_{28}$   $A_{29}$   $A_{30}$   $A_{31}$   $A_{32}$   $A_{33}$   $A_{34}$   $A_{35}$   $A_{36}$   $A_{37}$   $A_{38}$   $A_{39}$   $A_{40}$   $A_{41}$   $A_{42}$   $A_{43}$   $A_{44}$   $A_{45}$   $A_{46}$   $A_{47}$   $A_{48}$   $A_{49}$   $A_{50}$   $A_{51}$   $A_{52}$   $A_{53}$   $A_{54}$   $A_{55}$   $A_{56}$   $A_{57}$   $A_{58}$   $A_{59}$   $A_{60}$   $A_{61}$   $A_{62}$   $A_{63}$   $A_{64}$   $A_{65}$   $A_{66}$   $A_{67}$   $A_{68}$   $A_{69}$   $A_{70}$   $A_{71}$   $A_{72}$   $A_{73}$   $A_{74}$   $A_{75}$   $A_{76}$   $A_{77}$   $A_{78}$   $A_{79}$   $A_{80}$   $A_{81}$   $A_{82}$   $A_{83}$   $A_{84}$   $A_{85}$   $A_{86}$   $A_{87}$   $A_{88}$   $A_{89}$   $A_{90}$   $A_{91}$   $A_{92}$   $A_{93}$   $A_{94}$   $A_{95}$   $A_{96}$   $A_{97}$   $A_{98}$   $A_{99}$   $A_{100}$   $A_{101}$   $A_{102}$   $A_{103}$   $A_{104}$   $A_{105}$   $A_{106}$   $A_{107}$   $A_{108}$   $A_{109}$   $A_{110}$   $A_{111}$   $A_{112}$   $A_{113}$   $A_{114}$   $A_{115}$   $A_{116}$   $A_{117}$   $A_{118}$   $A_{119}$   $A_{120}$   $A_{121}$   $A_{122}$   $A_{123}$   $A_{124}$   $A_{125}$   $A_{126}$   $A_{127}$   $A_{128}$   $A_{129}$   $A_{130}$   $A_{131}$   $A_{132}$   $A_{133}$   $A_{134}$   $A_{135}$   $A_{136}$   $A_{137}$   $A_{138}$   $A_{139}$   $A_{140}$   $A_{141}$   $A_{142}$   $A_{143}$   $A_{144}$   $A_{145}$   $A_{146}$   $A_{147}$   $A_{148}$   $A_{149}$   $A_{150}$   $A_{151}$   $A_{152}$   $A_{153}$   $A_{154}$   $A_{155}$   $A_{156}$   $A_{157}$   $A_{158}$   $A_{159}$   $A_{160}$   $A_{161}$   $A_{162}$   $A_{163}$   $A_{164}$   $A_{165}$   $A_{166}$   $A_{167}$   $A_{168}$   $A_{169}$   $A_{170}$   $A_{171}$   $A_{172}$   $A_{173}$   $A_{174}$   $A_{175}$   $A_{176}$   $A_{177}$   $A_{178}$   $A_{179}$   $A_{180}$   $A_{181}$   $A_{182}$   $A_{183}$   $A_{184}$   $A_{185}$   $A_{186}$   $A_{187}$   $A_{188}$   $A_{189}$   $A_{190}$   $A_{191}$   $A_{192}$   $A_{193}$   $A_{194}$   $A_{195}$   $A_{196}$   $A_{197}$   $A_{198}$   $A_{199}$   $A_{200}$   $A_{201}$   $A_{202}$   $A_{203}$   $A_{204}$   $A_{205}$   $A_{206}$   $A_{207}$   $A_{208}$   $A_{209}$   $A_{210}$   $A_{211}$   $A_{212}$   $A_{213}$   $A_{214}$   $A_{215}$   $A_{216}$   $A_{217}$   $A_{218}$   $A_{219}$   $A_{220}$   $A_{221}$   $A_{222}$   $A_{223}$   $A_{224}$   $A_{225}$   $A_{226}$   $A_{227}$   $A_{228}$   $A_{229}$   $A_{230}$   $A_{231}$   $A_{232}$   $A_{233}$   $A_{234}$   $A_{235}$   $A_{236}$   $A_{237}$   $A_{238}$   $A_{239}$   $A_{240}$   $A_{241}$   $A_{242}$   $A_{243}$   $A_{244}$   $A_{245}$   $A_{246}$   $A_{247}$   $A_{248}$   $A_{249}$   $A_{250}$   $A_{251}$   $A_{252}$   $A_{253}$   $A_{254}$   $A_{255}$   $A_{256}$   $A_{257}$   $A_{258}$   $A_{259}$   $A_{260}$   $A_{261}$   $A_{262}$   $A_{263}$   $A_{264}$   $A_{265}$   $A_{266}$   $A_{267}$   $A_{268}$   $A_{269}$   $A_{270}$   $A_{271}$   $A_{272}$   $A_{273}$   $A_{274}$   $A_{275}$   $A_{276}$   $A_{277}$   $A_{278}$   $A_{279}$   $A_{280}$   $A_{281}$   $A_{282}$   $A_{283}$   $A_{284}$   $A_{285}$   $A_{286}$   $A_{287}$   $A_{288}$   $A_{289}$   $A_{290}$   $A_{291}$   $A_{292}$   $A_{293}$   $A_{294}$   $A_{295}$   $A_{296}$   $A_{297}$   $A_{298}$   $A_{299}$   $A_{300}$   $A_{301}$   $A_{302}$   $A_{303}$   $A_{304}$   $A_{305}$   $A_{306}$   $A_{307}$   $A_{308}$   $A_{309}$   $A_{310}$   $A_{311}$   $A_{312}$   $A_{313}$   $A_{314}$   $A_{315}$   $A_{316}$   $A_{317}$   $A_{318}$   $A_{319}$   $A_{320}$   $A_{321}$   $A_{322}$   $A_{323}$   $A_{324}$   $A_{325}$   $A_{326}$   $A_{327}$   $A_{328}$   $A_{329}$   $A_{330}$   $A_{331}$   $A_{332}$   $A_{333}$   $A_{334}$   $A_{335}$   $A_{336}$   $A_{337}$   $A_{338}$   $A_{339}$   $A_{340}$   $A_{341}$   $A_{342}$   $A_{343}$   $A_{344}$   $A_{345}$   $A_{346}$   $A_{347}$   $A_{348}$   $A_{349}$   $A_{350}$   $A_{351}$   $A_{352}$   $A_{353}$   $A_{354}$   $A_{355}$   $A_{356}$   $A_{357}$   $A_{358}$   $A_{359}$   $A_{360}$   $A_{361}$   $A_{362}$   $A_{363}$   $A_{364}$   $A_{365}$   $A_{366}$   $A_{367}$   $A_{368}$   $A_{369}$   $A_{370}$   $A_{371}$   $A_{372}$   $A_{373}$   $A_{374}$   $A_{375}$   $A_{376}$   $A_{377}$   $A_{378}$   $A_{379}$   $A_{380}$   $A_{381}$   $A_{382}$   $A_{383}$   $A_{384}$   $A_{385}$   $A_{386}$   $A_{387}$   $A_{388}$   $A_{389}$   $A_{390}$   $A_{391}$   $A_{392}$   $A_{393}$   $A_{394}$   $A_{395}$   $A_{396}$   $A_{397}$   $A_{398}$   $A_{399}$   $A_{400}$   $A_{401}$   $A_{402}$   $A_{403}$   $A_{404}$   $A_{405}$   $A_{406}$   $A_{407}$   $A_{408}$   $A_{409}$   $A_{410}$   $A_{411}$   $A_{412}$   $A_{413}$   $A_{414}$   $A_{415}$   $A_{416}$   $A_{417}$   $A_{418}$   $A_{419}$   $A_{420}$   $A_{421}$   $A_{422}$   $A_{423}$   $A_{424}$   $A_{425}$   $A_{426}$   $A_{427}$   $A_{428}$   $A_{429}$   $A_{430}$   $A_{431}$   $A_{432}$   $A_{433}$   $A_{434}$   $A_{435}$   $A_{436}$   $A_{437}$   $A_{438}$   $A_{439}$   $A_{440}$   $A_{441}$   $A_{442}$   $A_{443}$   $A_{444}$   $A_{445}$   $A_{446}$   $A_{447}$   $A_{448}$   $A_{449}$   $A_{450}$   $A_{451}$   $A_{452}$   $A_{453}$   $A_{454}$   $A_{455}$   $A_{456}$   $A_{457}$   $A_{458}$   $A_{459}$   $A_{460}$   $A_{461}$   $A_{462}$   $A_{463}$   $A_{464}$   $A_{465}$   $A_{466}$   $A_{467}$   $A_{468}$   $A_{469}$   $A_{470}$   $A_{471}$   $A_{472}$   $A_{473}$   $A_{474}$   $A_{475}$   $A_{476}$   $A_{477}$   $A_{478}$   $A_{479}$   $A_{480}$   $A_{481}$   $A_{482}$   $A_{483}$   $A_{484}$   $A_{485}$   $A_{486}$   $A_{487}$   $A_{488}$   $A_{489}$   $A_{490}$   $A_{491}$   $A_{492}$   $A_{493}$   $A_{494}$   $A_{495}$   $A_{496}$   $A_{497}$   $A_{498}$   $A_{499}$   $A_{500}$   $A_{501}$   $A_{502}$   $A_{503}$   $A_{504}$   $A_{505}$   $A_{506}$   $A_{507}$   $A_{508}$   $A_{509}$   $A_{510}$   $A_{511}$   $A_{512}$   $A_{513}$   $A_{514}$   $A_{515}$   $A_{516}$   $A_{517}$   $A_{518}$   $A_{519}$   $A_{520}$   $A_{521}$   $A_{522}$   $A_{523}$   $A_{524}$   $A_{525}$   $A_{526}$   $A_{527}$   $A_{528}$   $A_{529}$   $A_{530}$   $A_{531}$   $A_{532}$   $A_{533}$   $A_{534}$   $A_{535}$   $A_{536}$   $A_{537}$   $A_{538}$   $A_{539}$   $A_{540}$   $A_{541}$   $A_{542}$   $A_{543}$   $A_{544}$   $A_{545}$   $A_{546}$   $A_{547}$   $A_{548}$   $A_{549}$   $A_{550}$   $A_{551}$   $A_{552}$   $A_{553}$   $A_{554}$   $A_{555}$   $A_{556}$   $A_{557}$   $A_{558}$   $A_{559}$   $A_{560}$   $A_{561}$   $A_{562}$   $A_{563}$   $A_{564}$   $A_{565}$   $A_{566}$   $A_{567}$   $A_{568}$   $A_{569}$   $A_{570}$   $A_{571}$   $A_{572}$   $A_{573}$   $A_{574}$   $A_{575}$   $A_{576}$   $A_{577}$   $A_{578}$   $A_{579}$   $A_{580}$   $A_{581}$   $A_{582}$   $A_{583}$   $A_{584}$   $A_{585}$   $A_{586}$   $A_{587}$   $A_{588}$   $A_{589}$   $A_{590}$   $A_{591}$   $A_{592}$   $A_{593}$   $A_{594}$   $A_{595}$   $A_{596}$   $A_{597}$   $A_{598}$   $A_{599}$   $A_{600}$   $A_{601}$   $A_{602}$   $A_{603}$   $A_{604}$   $A_{605}$   $A_{606}$   $A_{607}$   $A_{608}$   $A_{609}$   $A_{610}$   $A_{611}$   $A_{612}$   $A_{613}$   $A_{614}$   $A_{615}$   $A_{616}$   $A_{617}$   $A_{618}$   $A_{619}$   $A_{620}$   $A_{621}$   $A_{622}$   $A_{623}$   $A_{624}$   $A_{625}$   $A_{626}$   $A_{627}$   $A_{628}$   $A_{629}$   $A_{630}$   $A_{631}$   $A_{632}$   $A_{633}$   $A_{634}$   $A_{635}$   $A_{636}$   $A_{637}$   $A_{638}$   $A_{639}$   $A_{640}$   $A_{641}$   $A_{642}$   $A_{643}$   $A_{644}$   $A_{645}$   $A_{646}$   $A_{647}$   $A_{648}$   $A_{649}$   $A_{650}$   $A_{651}$   $A_{652}$   $A_{653}$   $A_{654}$   $A_{655}$   $A_{656}$   $A_{657}$   $A_{658}$   $A_{659}$   $A_{660}$   $A_{661}$   $A_{662}$   $A_{663}$   $A_{664}$   $A_{665}$   $A_{666}$   $A_{667}$   $A_{668}$   $A_{669}$   $A_{670}$   $A_{671}$   $A_{672}$   $A_{673}$   $A_{674}$   $A_{675}$   $A_{676}$   $A_{677}$   $A_{678}$   $A_{679}$   $A_{680}$   $A_{681}$   $A_{682}$   $A_{683}$   $A_{684}$   $A_{685}$   $A_{686}$   $A_{687}$   $A_{688}$   $A_{689}$   $A_{690}$   $A_{691}$   $A_{692}$   $A_{693}$   $A_{694}$   $A_{695}$   $A_{696}$   $A_{697}$   $A_{698}$   $A_{699}$   $A_{700}$   $A_{701}$   $A_{702}$   $A_{703}$   $A_{704}$   $A_{705}$   $A_{706}$   $A_{707}$   $A_{708}$   $A_{709}$   $A_{710}$   $A_{711}$   $A_{712}$   $A_{713}$   $A_{714}$   $A_{715}$   $A_{716}$   $A_{717}$   $A_{718}$   $A_{719}$   $A_{720}$   $A_{721}$   $A_{722}$   $A_{723}$   $A_{724}$   $A_{725}$   $A_{726}$   $A_{727}$   $A_{728}$   $A_{729}$   $A_{730}$   $A_{731}$   $A_{732}$   $A_{733}$   $A_{734}$   $A_{735}$   $A_{736}$   $A_{737}$   $A_{738}$   $A_{739}$   $A_{740}$   $A_{741}$   $A_{742}$   $A_{743}$   $A_{744}$   $A_{745}$   $A_{746}$   $A_{747}$   $A_{748}$   $A_{749}$   $A_{750}$   $A_{751}$   $A_{752}$   $A_{753}$   $A_{754}$   $A_{755}$   $A_{756}$   $A_{757}$   $A_{758}$   $A_{759}$   $A_{760}$   $A_{761}$   $A_{762}$   $A_{763}$   $A_{764}$   $A_{765}$   $A_{766}$   $A_{767}$   $A_{768}$   $A_{769}$   $A_{770}$   $A_{771}$   $A_{772}$   $A_{773}$   $A_{774}$   $A_{775}$   $A_{776}$   $A_{777}$   $A_{778}$   $A_{779}$   $A_{780}$   $A_{781}$   $A_{782}$   $A_{783}$   $A_{784}$   $A_{785}$   $A_{786}$   $A_{787}$   $A_{788}$   $A_{789}$   $A_{790}$   $A_{791}$   $A_{792}$   $A_{793}$   $A_{794}$   $A_{795}$   $A_{796}$   $A_{797}$   $A_{798}$   $A_{799}$   $A_{800}$   $A_{801}$   $A_{802}$   $A_{803}$   $A_{804}$   $A_{805}$   $A_{806}$   $A_{807}$   $A_{808}$   $A_{809}$   $A_{810}$   $A_{811}$   $A_{812}$   $A_{813}$   $A_{814}$   $A_{815}$   $A_{816}$   $A_{817}$   $A_{818}$   $A_{819}$   $A_{820}$   $A_{821}$   $A_{822}$   $A_{823}$   $A_{824}$   $A_{825}$   $A_{826}$   $A_{827}$   $A_{828}$   $A_{829}$   $A_{830}$   $A_{831}$   $A_{832}$   $A_{833}$   $A_{834}$   $A_{835}$   $A_{836}$   $A_{837}$   $A_{838}$   $A_{839}$   $A_{840}$   $A_{841}$   $A_{842}$   $A_{843}$   $A_{844}$   $A_{845}$   $A_{846}$   $A_{847}$   $A_{848}$   $A_{849}$   $A_{850}$   $A_{851}$   $A_{852}$   $A_{853}$   $A_{854}$   $A_{855}$   $A_{856}$   $A_{857}$   $A_{858}$   $A_{859}$   $A_{860}$   $A_{861}$   $A_{862}$   $A_{863}$   $A_{864}$   $A_{865}$   $A_{866}$   $A_{867}$   $A_{868}$   $A_{869}$   $A_{870}$   $A_{871}$   $A_{872}$   $A_{873}$   $A_{874}$   $A_{875}$   $A_{876}$   $A_{877}$   $A_{878}$   $A_{879}$   $A_{880}$   $A_{881}$   $A_{882}$   $A_{883}$   $A_{884}$   $A_{885}$   $A_{886}$   $A_{887}$   $A_{888}$   $A_{889}$   $A_{890}$   $A_{891}$   $A_{892}$   $A_{893}$   $A_{894}$   $A_{895}$   $A_{896}$   $A_{897}$   $A_{898}$   $A_{899}$   $A_{900}$   $A_{901}$   $A_{902}$   $A_{903}$   $A_{904}$   $A_{905}$   $A_{906}$   $A_{907}$   $A_{908}$   $A_{909}$   $A_{910}$   $A_{911}$   $A_{912}$   $A_{913}$   $A_{914}$   $A_{915}$   $A_{916}$   $A_{917}$   $A_{918}$   $A_{919}$   $A_{920}$   $A_{921}$   $A_{922}$   $A_{923}$   $A_{924}$   $A_{925}$   $A_{926}$   $A_{927}$   $A_{928}$   $A_{929}$   $A_{930}$   $A_{931}$   $A_{932}$   $A_{933}$   $A_{934}$   $A_{935}$   $A_{936}$   $A_{937}$   $A_{938}$   $A_{939}$   $A_{940}$   $A_{941}$   $A_{942}$   $A_{943}$   $A_{944}$   $A_{945}$   $A_{946}$   $A_{947}$   $A_{948}$   $A_{949}$   $A_{950}$   $A_{951}$   $A_{952}$   $A_{953}$   $A_{954}$   $A_{955}$   $A_{956}$   $A_{957}$   $A_{958}$   $A_{959}$   $A_{960}$   $A_{961}$   $A_{962}$   $A_{963}$   $A_{964}$   $A_{965}$   $A_{966}$   $A_{967}$   $A_{968}$   $A_{969}$   $A_{970}$   $A_{971}$   $A_{972}$   $A_{973}$   $A_{974}$   $A_{975}$   $A_{976}$   $A_{977}$   $A_{978}$   $A_{979}$   $A_{980}$   $A_{981}$   $A_{982}$   $A_{983}$   $A_{984}$   $A_{985}$   $A_{986}$   $A_{987}$   $A_{988}$   $A_{989}$   $A_{990}$   $A_{991}$   $A_{992}$   $A_{993}$   $A_{994}$   $A_{995}$   $A_{996}$   $A_{997}$   $A_{998}$   $A_{999}$   $A_{1000}$   $A_{1001}$   $A_{1002}$   $A_{1003}$   $A_{1004}$   $A_{1005}$   $A_{1006}$   $A_{1007}$   $A_{1008}$   $A_{1009}$   $A_{1010}$   $A_{1011}$   $A_{1012}$   $A_{1013}$   $A_{1014}$   $A_{1015}$   $A_{1016}$   $A_{1017}$   $A_{1018}$   $A_{1019}$   $A_{1020}$   $A_{1021}$   $A_{1022}$   $A_{1023}$   $A_{1024}$   $A_{1025}$   $A_{1026}$   $A_{1027}$   $A_{1028}$   $A_{1029}$   $A_{1030}$   $A_{1031}$   $A_{1032}$   $A_{1033}$   $A_{1034}$   $A_{1035}$   $A_{1036}$   $A_{1037}$   $A_{1038}$   $A_{1039}$   $A_{1040}$   $A_{1041}$   $A_{1042}$   $A_{1043}$   $A_{1044}$   $A_{1045}$   $A_{1046}$   $A_{1047}$   $A_{1048}$   $A_{1049}$   $A_{1050}$   $A_{1051}$   $A_{1052}$   $A_{1053}$   $A_{1054}$   $A_{1055}$   $A_{1056}$   $A_{1057}$   $A_{1058}$   $A_{1059}$   $A_{1060}$   $A_{1061}$   $A_{1062}$   $A_{1063}$   $A_{1064}$   $A_{1065}$   $A_{1066}$   $A_{1067}$   $A_{1068}$   $A_{1069}$   $A_{1070}$   $A_{1071}$   $A_{1072}$   $A_{1073}$   $A_{1074}$   $A_{1075}$   $A_{1076}$   $A_{1077}$   $A_{1078}$   $A_{1079}$   $A_{1080}$   $A_{1081}$   $A_{1082}$   $A_{1083}$   $A_{1084}$   $A_{1085}$   $A_{1086}$   $A_{1087}$   $A_{1088}$   $A_{1089}$   $A_{1090}$   $A_{1091}$   $A_{1092}$   $A_{1093}$   $A_{1094}$   $A_{1095}$   $A_{1096}$   $A_{1097}$   $A_{1098}$   $A_{1099}$   $A_{1100}$   $A_{1101}$   $A_{1102}$   $A_{1103}$   $A_{1104}$   $A_{1105}$   $A_{1106}$   $A_{1107}$   $A_{1108}$   $A_{1109}$   $A_{1110}$   $A_{1111}$   $A_{1112}$   $A_{1113}$   $A_{1114}$   $A_{1115}$   $A_{1116}$   $A_{1117}$   $A_{1118}$   $A_{1119}$   $A_{1120}$   $A_{1121}$   $A_{1122}$   $A_{1123}$   $A_{1124}$   $A_{1125}$   $A_{1126}$   $A_{1127}$   $A_{1128}$   $A_{1129}$   $A_{1130}$   $A_{1131}$   $A_{1132}$   $A_{1133}$   $A_{1134}$   $A_{1135}$   $A_{1136}$   $A_{1137}$   $A_{1138}$   $A_{1139}$   $A_{1140}$   $A_{1141}$   $A_{1142}$   $A_{1143}$   $A_{1144}$   $A_{1145}$   $A_{1146}$   $A_{1147}$   $A_{1148}$   $A_{1149}$   $A_{1150}$   $A_{1151}$   $A_{1152}$   $A_{1153}</$



Im der numer. Reihe ist aus  $x$  und  $y$  in: 16)  
 Eine Reihe also für die Reihe nach einem  
 Maß. Ist aber dann  $x$  und  $y$  <sup>unendlich</sup> groß  
 ist, dass der Reihe <sup>unendlich</sup> groß  
 ist, und  $y$  ist,  $x$  ist  $x$  <sup>unendlich</sup> groß  
 ist. Im anderen Fall ist die convergent  
 im anderen divergent. Die geometrische  
 Reihe ist, dass man die  $q$  <sup>unendlich</sup> groß  
 ist der Reihe divergent, das ist eine  
 der  $q$  <sup>unendlich</sup> groß der Reihe  
 kann  $q$  <sup>unendlich</sup> groß der Reihe  
 ist die Reihe  $q$  <sup>unendlich</sup> groß der Reihe  
 ist, das ist mit oder ohne  
 $q = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots$  ist <sup>unendlich</sup> groß  
 und das ist für die Reihe  $q$  <sup>unendlich</sup> groß  
 ist <sup>unendlich</sup> groß convergent.

Im gegenwärtigen ist, man muss <sup>unendlich</sup> groß  
<sup>unendlich</sup> groß zu <sup>unendlich</sup> groß <sup>unendlich</sup> groß  
 man am <sup>unendlich</sup> groß <sup>unendlich</sup> groß  
<sup>unendlich</sup> groß <sup>unendlich</sup> groß <sup>unendlich</sup> groß  
 Reihe <sup>unendlich</sup> groß <sup>unendlich</sup> groß. (Es ist man  
<sup>unendlich</sup> groß <sup>unendlich</sup> groß <sup>unendlich</sup> groß  
<sup>unendlich</sup> groß)

Im gegenwärtigen. Der Reihe  $q$  <sup>unendlich</sup> groß  
 die <sup>unendlich</sup> groß <sup>unendlich</sup> groß <sup>unendlich</sup> groß  
<sup>unendlich</sup> groß

Division One ind: R.

162.

162. Divisione due sind: R.  
beide sind R. soll ein unauflös-  
liches Band zwischen ihnen stehen  
und dieser mußte den anderen  
nicht 3. L.

$$\frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots}{b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \dots} = \text{infinite series}$$

in some of best tracks

*Azuzivani*

*Handwritten signature*

Part: def. under  
A + a

Handwritten text: *Handwritten text, possibly a signature or name, partially obscured by the binding.*

*L. ceriseus*, many specimens.

ca. 10

$$\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x^3 + \dots \quad \text{ist diverg}$$

1. Bestimmung der Koeffizienten  $a_0, a_1, a_2, \dots$  durch die Bedingung, dass die Reihe  $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$  die Differentialgleichung  $y' = y^2$  befriedigt.

ist nicht null  $\alpha_0 = b_0 x_0$

$$2) a_1 = b_0 a_1 + b_1 a_0$$

$$3) a_2 = b_0 \alpha_2 + b_1 \alpha_1 + b_2 \alpha_0 \text{ in } \mathbb{Z}_m$$

mit 1) nicht in  $\alpha$ , dann aus 2)  $\alpha_1$  und 3)  $\alpha_2$

$$x_0 = \frac{a_0}{a_1}$$

1870  
 1871  
 1872  
 1873  
 1874  
 1875  
 1876  
 1877  
 1878  
 1879  
 1880  
 1881  
 1882  
 1883  
 1884  
 1885  
 1886  
 1887  
 1888  
 1889  
 1890  
 1891  
 1892  
 1893  
 1894  
 1895  
 1896  
 1897  
 1898  
 1899  
 1900

$$\frac{-z_1 + z_2 x + a \cdot x^2 \dots}{b_0 + b_1 \cdot x + c_1 \cdot x^2 \dots}$$

ist  $\frac{20}{70} = d_0$  in der ersten

min 8 min bus time

Das erste Lyrische Part. wird & handeln.

ind. lichenaria vici 1<sup>a</sup> Rubens H. m. p. 1<sup>a</sup>

indulge in  $\alpha = 0$   $\frac{1}{2}$  munda in  $\alpha = 0$

Apr 2<sup>nd</sup> Dec 2, hollander in f. f.  
11 hollander in f. f. hollander in f. f.

single performance by the experienced





Arithmetische Reihe

Wahrheit: Eine Reihe, die aus  $n$  Gliedern besteht, ist eine arithmetische Reihe, wenn die Differenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Gliedern constant ist. Man kann die Summe einer arithmetischen Reihe berechnen, indem man die ersten  $n$  Glieder aufschreibt und die Summe bildet. Die Summe einer arithmetischen Reihe ist gegeben durch die Formel:

$$S = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$$

oder

$$S = \frac{n}{2} (a + a_{n-1})$$

wo  $a$  das erste Glied und  $d$  die Differenz ist. Die Summe einer arithmetischen Reihe ist also eine Funktion von  $n$ .

$$S - S = 1 - x^n$$

$$S = \frac{1-x^n}{1-x} \quad pS = p \frac{1-x^n}{1-x} = \text{das Summe der Reihe}$$

Die Summe einer Reihe  $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$  ist gegeben durch die Formel  $S = \frac{1}{1-x}$ , wenn  $|x| < 1$ . Man kann die Summe einer Reihe berechnen, indem man die ersten  $n$  Glieder aufschreibt und die Summe bildet. Die Summe einer Reihe ist gegeben durch die Formel:

$$S = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$$

oder

$$S = \frac{1}{1-x} - \frac{x^{n+1}}{1-x}$$

wo  $x$  das erste Glied und  $n$  die Anzahl der Glieder ist. Die Summe einer Reihe ist also eine Funktion von  $n$ .

Die Summe einer Reihe  $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$  ist gegeben durch die Formel  $S = \frac{1}{1-x}$ , wenn  $|x| < 1$ . Man kann die Summe einer Reihe berechnen, indem man die ersten  $n$  Glieder aufschreibt und die Summe bildet. Die Summe einer Reihe ist gegeben durch die Formel:

$$S = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$$

oder

$$S = \frac{1}{1-x} - \frac{x^{n+1}}{1-x}$$

wo  $x$  das erste Glied und  $n$  die Anzahl der Glieder ist. Die Summe einer Reihe ist also eine Funktion von  $n$ .

165  
 wenn  $x$  größer ist als 1, so nimmt  $\frac{x^n}{1-x}$  mit  $n$  unendlich  $x$  mal eine  
 Anzahlmal  $x$ , je mehr  $x$  ist, desto  
 desto desto, desto desto der Summe  
 $= \frac{1}{1-x}$  mal desto  $\frac{x^n}{1-x}$  immer mehr desto  
 $=$  mehr. Ist  $x=1$  so ist  $\frac{x^n}{1-x}$  nicht  
 klar zu machen, weil  $1-1=0$  und  $\frac{x^n}{1-x}$  durch 0  
 ist nicht dividieren. Ist  $x=1$  so bekommen  
 wir  $1+1+1+1$  unendlich oft, was unendlich  
 ist, also kein Wert.  
 Da wir den  $\frac{x^n}{1-x}$  haben, so ist  
 Multiplizieren mit  $(1-x)$  so  
 wird  $(1-x)(1+x+x^2+x^3+x^4+\dots)$   
 so wird null oder imaginär sein, weil  
 der Rest  $1+x-1$  das ist die Reihe  
 $1+x+x^2+\dots$  mit unendlich vielen  
 also mit  $x < 1$  können wir  $x \geq 1$   
 die Reihe  $A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + \dots$   
 die  $A_0, A_1$  als eine Form  $1+x-1$  sein  
 hat einen Rest mit  $x < 1$ , mit unendlich  
 vielen vielen Resten, unendlich vielen unendlich.  
 unter der gewöhnlichen  $x$ , d.h. mit der Reihe  
 verfahren, also die Reihe so gewöhnlich ist.  
 das ist die Reihe der gewöhnlichen Reihe  $A_n$  so  
 gleich ist die Reihe

166  $Ax + Ax^2 + Ax^3 + \dots$   
 die Reihe der unendlichen Potenzen von  $x < 1$

Ob die Reihe  $A_0 + A_1x + A_2x^2 + \dots$   
 vollkommen divergiert, wenn  $x \equiv 1$  ist, muss  
 untersucht, und ob ist das unbestimmt.  
 Man will möglichst, man die Reihe  
 als unbestimmt annehmen.  
 Die Reihe konvergieren muss, wenn man  
 in der Reihe  $A_0 + A_1x + A_2x^2 + \dots$  die Reihe  
 konvergent ist, wenn  $x < 1$  ist.  $x$  muss  
 in  $1$  sein. f. d. g. d.

$1 + yx + y^2x^2 + y^3x^3 + \dots$ , die  
 Reihe der unendlichen Potenzen von  $yx < 1$   
 ist, wenn  $y$  so groß sein muss, als  
 null, wenn  $yx < \frac{1}{2}$   
 Dies ist, wenn in der Reihe  $1 + x + x^2 + \dots$   
 das erste Glied durch das Anfangsglied  
 so vergrößert, wenn  $x$  so ist, dass die Reihe  
 die unendlichen Potenzen von  $x$  ist, als  
 ähnlich, das Quotient, wenn  $y$  so groß ist,  
 oder in der Reihe  $1 + x + x^2 + \dots$  ist, dass  
 in unbestimmt, so ist die Reihe konvergent  
 Die Reihe konvergieren ist das alles. Das  
 ist, wenn  $yx < 1$ . unbestimmt, wenn  $yx > 1$   
 divergiert, falls ab das Quotient  $< 1$











[illegible]

Prob of coin 2nd w/ff.  $F = a_0 + a_1h + a_2h^2 + a_3h^3 + \dots$

$$C_f = A_0 + A_1 h + A_2 h^2 + \dots$$

$$J_2 = B_0 + B_1 h + B_2 h^2 + \dots$$

July 21<sup>st</sup> 1861. Es wurde das Ansehen und  
das zureichende Beweisen des Ansehen zu 4 Ang.

und daß die Amperezahl des Drahtes  $A_0 = B_0$  ist, wenn

$$a_0 = A_0 = B_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

der f-g. 20 y? f-g positiv der f-l h y  
 20 f-h negativ

$$1) f-g \in (a_0 - x_0) + (a_1 - x_1)h + \dots$$

$$a) f-h = (\alpha_0 - \beta_0) + (\alpha_1 - \beta_1)h + \dots$$

Def. die 1) die positiven Kurven sind 2) ist neg.  
Kurven. man kann  $(2_0 - A_0)$  positiv,  $\frac{1}{2}$   
positiv man kann  $\frac{1}{2}$  positive Kurven  
die die ganze Kurve neg. positiv mit oder



12. Logici  $(1+b)^x$  und  $y = -x$   
 da mit  $a-x = \frac{1}{a^x}$  ist  $(1+b)^x = \frac{1}{(1+b)^{-x}}$   
 $= \frac{1}{\int (a \cdot b^x)} = \frac{1+b+b^2+b^3+\dots}{\int (a \cdot b^x)}$

Zusatz in diesen und vielen Formeln,  
 da die von Potenzen  $a$  & Logarithmen  
 die zu diesen manchen manchen die  
 kann die in der Logarithmen  $a$  &  $b$   
 nach  $\log = \int \frac{1}{x} dx$  den

$$1 = \int (a \cdot b^x) \cdot \int (a \cdot b^x) = \int (a \cdot b^{x+x})$$

da die  $a$  &  $b$  die  $a$  &  $b$  die  $a$  &  $b$   
 als die Folge der Zahlen zu  $a$  &  $b$  in  
 manchen

Man kann  $a+b=1$  &  $a$  &  $b$  nicht  
 $1 = \int (a \cdot b^x) \cdot \int (a \cdot b^x) = \int (a \cdot b^{x+x})$   
 $a+b=1$

der  $a$  &  $b$   $a+b=1$  sein, man  $a$  &  $b$   
 nicht  $a$  &  $b$   $a$  &  $b$   $a$  &  $b$   $a$  &  $b$   
 $a+b=1$  sein ist.

$$b \cdot x_0 = 1 \quad \text{w} \quad \int (a \cdot b^x) = 0$$

$$\text{da mit } a \cdot b^x \quad \frac{(a \cdot b^x)^{m+1}}{m!} = \frac{1}{m!} \cdot \frac{a^{m+1} \cdot b^{(m+1)x}}{a \cdot b^x}$$



ist  $x+y=0$  so ist  $\frac{0^{m+1}-1}{m+1}$  oder

$$0 = \int_{a+b}^1 x \cdot y^b \quad \text{ist auch, wenn man}$$

ist, stellt man in ganz positiver Zahl ist.

Wird die Gleichung  $(1+y)^m$  mit  $y = -x$  aus-  
 genommen, und man erhält

$$1+b = \frac{1}{(1+b)^{m+1}} = \int_{a+b}^1 x \cdot y^{b+m}$$

Wird mit  $\frac{1}{x \cdot y^b} = \int_{a+b}^1 \cos x$  setzen, so ist  
 (auf der linken Seite) und die Gleichung

$$1 = \int_{a+b}^1 x \cdot y^{b+m} \cdot \int_{a+b}^1 \cos x = \int_{a+b}^1 x \cdot y^{b+m} \cdot \cos x$$

$$= \int_{a+b}^1 x \cdot y^{b+m} \cdot \cos x$$

Womit ergibt sich  $x \cdot y^{b+m} \cdot \cos x = 1$  mit  $x=0$  ist.  
 $\cos 0 = 1$

Ist  $x=0$  so muss das Glied von  $b$  verschwinden  
 0 sein also  $\left| \begin{matrix} x \cdot y^b \\ a+b=1 \end{matrix} \right| = 0$

Wegen  $y^b$  ist  $a+b=1$  und  $a=0$  ist  
 wenn  $a$  positiv ist, so ist  $a=1$  so ist das  
 Glied  $a+b=1$  ist  $a=1$  so ist das  
 Glied  $a+b=1$  ist  $a=1$  so ist das

ist  $a=2$  dann gilt es als  $a=1$   
 $a=1 \quad b=1$   
 $a=2 \quad b=0$   
 $a=0 \quad b=1$   
 und so geht es.

Es ist. Folgt aus  $t = y = \frac{y^{b+1}}{b+1}$

man setze  $y = -x$  d.h.  $x + y = 0$

oder man

$(1+b) \frac{1}{b+1} y^{b+1} = y^{b+1}$  man kann hierin:  $y^{b+1}$    
 ziehen, es gilt nur das  $b$  hat, man   
 der Exponent negative Zahl ist   
 der das  $b$  hat nur der  $Ex = 0$  gilt, es   
 geht um die Differenz potenzen.

Man kann hier die Substitution  $y = -x$    
 machen und muss nur auch  $y^{b+1}$    
 Potenzen nach der Formel berechnen.   
 Oder man stellt  $a = y^{b+1}$  und  $x = y$    
 macht es viel

indem

Man setze  $x = (a-b)$  soll irgendwas   
 man in  $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots$    
 man muss aber nur zeigen, ob   
 diese Reihe mit  $a^x$  gleichmäßig ist.   
 Man setzt  $x = 0$  und  $a^0 = 1$    
 möglich, es muss nur die Bestimmung   
 der Coeff. durch Binomialsatz  $(a-b)^x$    
 und dann in die Reihe  $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots$    
 setzen. Es gilt die Reihe  $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots$    
 man muss die Coeff. für  $x = 0$  durch Binomialsatz   
 finden. Man setze  $x = 0$  und  $a^0 = 1$    
 Es die Annahme  $a^x = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots$





man nimmt an  $x = \int \left[ \frac{p}{a^x} \cdot x^a \right] dx$   
 die beiden Quotienten identisch werden  
 und  $a^y = \int \left[ \frac{p}{a^y} \cdot y^a \right] dy$  man setze  $(x+y)^a$   
 willk. abh. so  $a^{x+y} = \int \left[ \frac{p}{a^{x+y}} (x+y)^a \right]$

da man  $a^x + a^y = a^{x+y}$  ist richtig  
 $\int \left[ \frac{p}{a^x} \cdot x^a \right] \int \left[ \frac{p}{a^y} \cdot y^a \right] = \int \left[ \frac{p}{a^{x+y}} (x+y)^a \right]$   
 $= \int \left[ \frac{p}{a^x a^y} \cdot x^a y^a \right]$

da man  $(x+y)^a = \frac{a!}{a! b!} x^a y^b$  so man  
 $a+b = a$

$\int \left[ \frac{p}{a^x a^y} \cdot x^a y^b \right] = \int \left[ \frac{p}{a^x} \cdot \frac{a!}{a! b!} x^a y^b \right]$   
 $a+b = a$

es muss daher

$\frac{p}{m} \cdot \frac{p}{n} = \frac{p}{m+n} \cdot \frac{(m+n)!}{m! n!}$

$p_m \cdot p_n = p_{m+n} \cdot (m+n)$

hieraus kann ich sehen dass p<sub>m+n</sub> größer  
 da man p<sub>n</sub> hat für y aber p<sub>m+n</sub>  
 enthält m.  
 also ist es so dass p<sub>n</sub> = 1 da man  
 nicht mehr ist

$$P_1 \cdot P_1 = 2 \cdot P_2$$

$$P_2 \cdot P_2 = 3 \cdot P_3$$

$$P_3 \cdot P_3 = 4 \cdot P_4$$

multiplied in  
divided

$$P_{m-1} \cdot P_1 = m \cdot P_m$$

$$\frac{(P_1)^m}{m! \cdot P_m} \text{ oder } P_m = \frac{P_1^m}{m!}$$

$$A) \text{ oder } a^x = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{P_r a^r x^r}{r!} \text{ mit } P_1 = \left( (-1)^r \frac{(a-1)^{r+1}}{r+1} \right)$$

mit  $a=0$  ist

$$a^x = 1 + P_1 \cdot \frac{x}{1} + \frac{P_2}{2!} \cdot \frac{x^2}{2!} + \frac{P_3}{3!} \cdot \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$P_1 = \frac{a-1}{1} - \frac{1}{2}(a-1)^2 + \frac{1}{3}(a-1)^3 - \frac{1}{4}(a-1)^4 + \dots$$

a, wenn man  $a=1$  setzt, so ist  $a^x = 1$  für  
alle  $x$  und  $a=1$  ist gegeben, ist, dass  $a=1$  ist  
bekannt ist

$$I \text{ a} = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{P_r a^r}{r!} \text{ wenn } a=1 \text{ gegeben ist und } P_1$$

$$\text{und in II) } P_1 = \left( (-1)^r \frac{(a-1)^{r+1}}{r+1} \right) \text{ ist auch richtig}$$

aus der man sieht, dass  $a$  zu  $a=1$  hin  
gehört, ist die  $a=1$  ist gegeben, ist, dass  
bekannt ist, ob man  $a=1$  setzen kann, ist  
I) falls, das diese Gl. denkwürdig ist, ist  
auch in Gl. A) gegeben, ist, dass  $a=1$  ist







180 Gulten nun die Formel die sich für die Potenzen  
auf lässt?  
Ob die Formel ob  $e^{x+y} = e^x \cdot e^y$  man  
mit der Regel setzen

$$\frac{(x+y)!}{z!} = \left( \frac{x!}{a!} \right) \cdot \left( \frac{y!}{b!} \right) \text{ oder man/ber}$$

$$\sqrt{\left( \frac{z!}{z \cdot a! \cdot b!} x^a y^b \right)} = \text{---} \text{ oder}$$

$$\sqrt{\left( \frac{x^a y^b}{a! b!} \right)} = \sqrt{\left( \frac{x^a y^b}{a! b!} \right)} \text{ man drückt: } a+b = i \text{ in}$$

2. Formel  $e^x \cdot e^y = e^{x+y}$  da  $e^x \cdot e^y = e^{x+y}$   
nach Formel 1. unterstellt.

Da  $a^m \cdot b^m = (ab)^m$  in  $a^m \cdot b^m = \left( \frac{a}{b} \right)^m$   
sich für die Potenzen und man die  
Gleichungen = sind bei Bedarf setzen

die Formel  $(e^x)^y = e^{xy}$  für die Gleichung  
man  $y$  die ganze Zahl zu ist. Ist  $x$   $a$   $b$

so ist  $(e^x)^2 = e^x \cdot e^x = e^{2x}$  in f. f.  
und für negative  $(e^x)^{-2} = (e^x)^{+(-2)} = e^{-2x}$

so ist man fragt ob  $\frac{1}{e^x} = e^{-x}$  in der  
Formel  $e^x \cdot e^{-x} = e^0 = 1$  nach Formel 1. nach

Gleichung ob die Formeln die sich  
mit sich vereinigen.

# Trigonometrische Funktionen

181.

alle die trigonometrische analytische Trigonometrie, die für sich selbst steht, haben die Namen und gewisse Trigonometrie, die

$$1) e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

Man kann die Gleichung des Binomialkoeffizienten danken. Hier nullen die Potenzen die auf allen geraden Gliedern. Die geraden Potenzen  $x$  und  $x^2$  sind

$$2) e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$$

+ und - in dem Glied  $n$  und  $n+1$  ist die Gleichung 1 und 2 haben nur die geraden Glieder. Die sind Substitution möglich.

Man kann annehmen, dass man in der ersten Reihe  $2n$  oder  $2n+1$  so bekommen. Die sind die geraden Glieder. Die sind Substitution möglich.

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$



oder man so macht  $\frac{e^x + e^{-x}}{2} = \int \left[ \frac{x^{2n}}{(2n)!} \right]$

oder man so macht  $\frac{e^x - e^{-x}}{2} = \int \left[ \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \right]$

die ungeraden Glieder

Man stellt an den Anfang der zweiten Potenzreihe  
einmal oben und unten Zeichen, so folgt man  
gleich  $x = x - 1$  oder  $xy$  man  $y = y - 1$

und bekommt

$$\frac{e^{xy} + e^{-xy}}{2} = \int x$$

$$e^{xy} = (y^2)^x = (-1)^x$$

man  $\frac{e^{xy} + e^{-xy}}{2} = \int \left[ \frac{(-1)^x x^{2n}}{(2n)!} \right]$  d.h.

man wird oft benutzt in Umrechnungen  
und ist besonders für die Cos x

$$\frac{e^{xy} - e^{-xy}}{2y} = \int \left[ \frac{(-1)^x x^{2n+1}}{(2n+1)!} \right]$$

der Rest der ungeraden ist mit oben  
ähnlich zu sein, die Rest benutzte  
mit dem für x so das alles sein kann







Wird nun in die vollen Zahlen von 0 bis  $\frac{1}{2}\pi$  in 185  
 1. Quadranten eingeteilt. In jedem dieser  
 der Sinus und Cosinus der Winkel  $x$  und  $\pi - x$  der  
 der Sinus  $\pi - x$  gleich ist.

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x \text{ ist}$$

$$\sin \pi x = 2 \sin \frac{1}{2}\pi \cdot \cos \frac{1}{2}\pi = 2 \cdot 1 \cdot 0 = 0 = \sin \pi$$

Es ist also  $\cos \pi = -1$ . Es bleibt nun die Frage:

Was gilt für  $\pi$  und unter allen Werten der Sinus  
 und Cosinus? Hier ergibt sich sofort für 2. Quadrant  
 eingeteilt. So ist 2. Sinus Cosinus die 1. Quad.

Wird  $\pi - x$  eine Zahl im 2. Quadr.

$\cos(\pi - x) = -\cos x$ , da nun  $\pi - x$  alle Werten  
 im 2. Quadranten annimmt, so muss man  
 den Sinus von 0 bis 1 und aufwärts absteigen  
 und so. Dies ist nach obigen Formeln.

$\cos(\pi - x) = (-1) \cos x = -\cos x$  muss notwendig  
 negativ sein. Da es ist, muss es  
 im 3. Quadranten sein. 3. 4. 5. in 2.  
 Quadranten. f. Werten der Sinus.

$\pi$  und  $\frac{3}{2}\pi$ , Werten  $\frac{3}{2}\pi - 2\pi$  in f.  
 Werten. Ist 2. Quadrant 1. Quad. so ist

$\pi + x$  eine Zahl im 3. Quadr.  $\pi - x$  im 2. Quadr.  
 eine Zahl im 2. Quadranten. Ist  $2\pi - x$

eine Zahl im 1. Quadr. in f. f. Die Zahl  $\pi$  ist  
 im 3. Quadranten, also ist im 180. Grade, im

unten  $\frac{\pi}{180}$  einen Grad (0)  $\frac{0}{60}$  einen in Minute (1)  
 1. einen in Sekunde (1), in f. f.

186 sind sind eine in Anwendung, & zentral  
 zum Maxwell'schen Theorem des Vektor-  
 Analysis in der Analysis angewandt. Oben  
 angef. —

Man möge 1)  $\frac{e^{xi} + e^{-xi}}{2} = \int \frac{(-1)^x x^{2x}}{(2x)!} dx = \cos x$

2)  $\frac{e^{xi} - e^{-xi}}{2i} = \int \frac{(-1)^x x^{2x+1}}{(2x+1)!} dx = \sin x$

die 1. Gl ist  $\frac{u+v}{2} = \cos x$

die 2. Gl ist  $\frac{u-v}{2i} = \sin x$

deraus ergibt sich  $e^{xi} = \cos x + i \sin x$

es drückt sich auch durch  $x = -x$  aus  $e^{-xi} = \cos x - i \sin x$

deraus können wir die Potenzen in einer  
 Summe erhalten z. B.  $e^{mxi} = \cos mx + i \sin mx$

Auch die Potenz der  $e^{xi}$  ist  $e^{mxi} = (\cos x + i \sin x)^m$

$e^{mxi} = (e^{xi})^m$

man m ist ganz Zahl ist und substituirt

es wird  $(\cos x + i \sin x)^m = \cos mx + i \sin mx$

deraus die Potenz der  $e^{xi}$

deraus die Potenz der  $e^{xi}$

deraus die Potenz der  $e^{xi}$

deraus die Potenz der  $e^{xi}$

deraus die Potenz der  $e^{xi}$

deraus die Potenz der  $e^{xi}$

deraus die Potenz der  $e^{xi}$

deraus die Potenz der  $e^{xi}$

deraus die Potenz der  $e^{xi}$

deraus die Potenz der  $e^{xi}$

Formel  $e^{xi} = \cos x + i \sin x$  ist  
 in der ganzen Zahl ist.





188. man quadrit Länge dgl. - ist adit mit  $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$ .  
 ist noch alle rechte  $p^2 + q^2 = (e^2)^2$  oder  $\sqrt{p^2 + q^2} = e^2$   
 finden wir d. hypotenuse so groß. den wozu dgl.  
 laßt  $\frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}}$  mit der 2ten dgl.  $\sin \beta = \frac{q}{\sqrt{p^2 + q^2}}$

Das  $\angle$  ist ein gegebenes und d. hypotenuse ist ein gegebenes. Sind also  
 gegeben dann sind  $\sin$  und  $\cos$  gegeben. Also  
 die  $\beta$  ist bekannt zu bestimmen. man kann auch d. d. iden-  
 tisch machen. so ist zu entscheiden, ob  $\sqrt{p^2 + q^2}$  ist neg.  
 oder pos. gegeben. Das dann man  $\sin$  oder  $\cos$   
 der  $\sin \pm$  oder  $\cos \pm$ , mit dem  $\sin$  man  
 in welchem quadrant  $\beta$  liegt. die andere Frage  
 ist die man gleich die  $\beta$ .

$$\sqrt{p^2 + q^2} = e^2 = 1 + \alpha + \frac{\alpha^2}{1 \cdot 2} + \frac{\alpha^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots$$

Das ist mindes die rechte anzunehmen, das die  
 $\alpha$  ist noch das das quad. von  $p^2 + q^2$  nur ist  
 mit d. Hypotenuse gegeben, das ist die d. Hypotenuse.  
 d. Hypotenuse ist d. Hypotenuse gegeben zu sein. Also  
 ist  $\alpha$  nicht so, das ist  $\alpha$  nicht  $\alpha$  nicht reell. in.  
 d. Hypotenuse ist d. Hypotenuse gegeben zu sein. Also  
 ist  $\alpha$  nicht so, das ist  $\alpha$  nicht  $\alpha$  nicht reell. in.  
 d. Hypotenuse ist d. Hypotenuse gegeben zu sein. Also  
 ist  $\alpha$  nicht so, das ist  $\alpha$  nicht  $\alpha$  nicht reell. in.

Das ist. -  $\alpha$  nicht reell sein, das ist  $\alpha$  nicht  
 reell  $\alpha$  reell sein, das ist  $\alpha$  nicht reell sein.  
 das ist  $\alpha$  nicht reell sein, das ist  $\alpha$  nicht reell sein.  
 das ist  $\alpha$  nicht reell sein, das ist  $\alpha$  nicht reell sein.

Die Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$  ist für  $x > 0$  und  $x < 0$  189.

in der Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$  von  $x=0$  aus  $x$  verändernd  
 Man setze  $x=0$ . Dann ist  $\frac{0^n}{n!} = 0$  für  $n > 0$  und  $\frac{0^0}{0!} = 1$ .  
 Also ist  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{0^n}{n!} = 1$ .  
 Wenn  $x > 0$  ist, so ist  $\frac{x^n}{n!} > 0$  für alle  $n$ .  
 Wenn  $x < 0$  ist, so ist  $\frac{x^n}{n!} < 0$  für alle  $n$ .  
 Also ist  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} > 1$  für  $x > 0$  und  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} < 1$  für  $x < 0$ .  
 Also ist  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$  für alle  $x$ .

Die Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$  ist für  $x > 0$  und  $x < 0$  189.  
 Man setze  $x=0$ . Dann ist  $\frac{0^n}{n!} = 0$  für  $n > 0$  und  $\frac{0^0}{0!} = 1$ .  
 Also ist  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{0^n}{n!} = 1$ .  
 Wenn  $x > 0$  ist, so ist  $\frac{x^n}{n!} > 0$  für alle  $n$ .  
 Wenn  $x < 0$  ist, so ist  $\frac{x^n}{n!} < 0$  für alle  $n$ .  
 Also ist  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} > 1$  für  $x > 0$  und  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} < 1$  für  $x < 0$ .  
 Also ist  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$  für alle  $x$ .

Substituirt man  $x=0$  in die Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ , so erhält man  $1$ .  
 Wenn  $x > 0$  ist, so ist  $\frac{x^n}{n!} > 0$  für alle  $n$ .  
 Wenn  $x < 0$  ist, so ist  $\frac{x^n}{n!} < 0$  für alle  $n$ .  
 Also ist  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} > 1$  für  $x > 0$  und  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} < 1$  für  $x < 0$ .  
 Also ist  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$  für alle  $x$ .

Man setze  $x=1$  in die Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ .  
 Dann ist  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1^n}{n!} = e$ .  
 Wenn  $x > 1$  ist, so ist  $\frac{x^n}{n!} > \frac{1^n}{n!}$  für alle  $n$ .  
 Wenn  $x < 1$  ist, so ist  $\frac{x^n}{n!} < \frac{1^n}{n!}$  für alle  $n$ .  
 Also ist  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} > e$  für  $x > 1$  und  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} < e$  für  $x < 1$ .  
 Also ist  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$  für alle  $x$ .

Man setze  $x=-1$  in die Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ .  
 Dann ist  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{e}$ .  
 Wenn  $x > -1$  ist, so ist  $\frac{x^n}{n!} > \frac{(-1)^n}{n!}$  für alle  $n$ .  
 Wenn  $x < -1$  ist, so ist  $\frac{x^n}{n!} < \frac{(-1)^n}{n!}$  für alle  $n$ .  
 Also ist  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} > \frac{1}{e}$  für  $x > -1$  und  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} < \frac{1}{e}$  für  $x < -1$ .  
 Also ist  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$  für alle  $x$ .







192.

$\log\left(\frac{1+itgx}{1-itgx}\right)$  entspricht  $\log\left(\frac{1+z}{1-z}\right)$  wenn

$$\log\left(\frac{1+itgx}{1-itgx}\right) = 2\left(it + \frac{1}{3}i^3t^3 + \frac{1}{5}i^5t^5 + \dots\right) =$$

$$2i\left(t + \frac{1}{3}i^2t^3 + \frac{1}{5}i^4t^5 + \dots\right)$$

$i^2$  muss  $dx$  - irgend  $i^4 dx^2$  + bleibt, d. h. d.

$$\text{so muss } \log\left(\frac{1+itgx}{1-itgx}\right) = 2i\left(t - \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{5}t^5 - \frac{1}{7}t^7 + \dots\right)$$

$$= 2xi \text{ wenn}$$

$$A) x = t - \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{5}t^5 - \frac{1}{7}t^7 + \dots$$

Man darf  $\frac{1}{2}\pi$  von  $0$  aus ins unendliche  
herausgehen  $\frac{1}{4}\pi$ . Das  $\sin \frac{\pi}{4}$  kann man sich  
 $\sin \frac{\pi}{2}$  ist  $\cos \frac{\pi}{2}$  entsprechen man kann

$$\text{dann } \sin \frac{1}{2}y = \sqrt{\frac{1-\cos y}{2}} \text{ und ist } y = \frac{1}{2}\pi \text{ dann ist } \cos y = 0$$

$$\cos \frac{1}{2}y = \sqrt{\frac{1+\cos y}{2}} = 0 \text{ mit der Voraussetzung}$$

$$\text{dass } \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ und } \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ mit der Voraussetzung}$$

$$\text{man erhält } \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{1}}{2} = 1$$

$$\text{es folgt in A) } x = \frac{\pi}{4} \text{ dass ist } t = 1 \text{ es folgt}$$

$$\frac{1}{4}\pi = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

man erhält  $\pi$  entsprechen wird

193

die Gleichungen muss es sich auch so schreiben:

$$\cos x + i \sin x = e^{xi}$$

$$\cos x - i \sin x = e^{-xi}$$

das Logarithmusgesetz besagt, dass für alle  $x$  das Logarithmusgesetz erfüllt sein muss, also, wenn  $\frac{x}{2}$  statt  $x$  in die Gleichung eingesetzt wird, so muss das Gesetz auch erfüllt sein. Aber das ist nicht der Fall, wenn man  $\frac{x}{2}$  in die Gleichung einsetzt, so erhält man:

Kürzliche Notizen über Logarithmen und trigonometrische Funktionen

$$e^x = 1 + x + \frac{(x)^2}{2!} + \frac{(x)^3}{3!} + \dots = \sum \frac{(x)^n}{n!}$$

$$\text{für } x=1 \text{ ist } e = 1 + 1 + \frac{1^2}{2!} + \dots = \sum \frac{1^n}{n!}$$

$$\text{für } x=1 \text{ ist } e = \sum \frac{1^n}{n!}$$

$$e^x = \sum \frac{x^n}{n!} \text{ ist das, was } e^x = \sum \frac{x^n}{n!} \text{ also } e^x = \log a$$

Man kann auch  $e^x$  schreiben als  $e^x = \log a$ , man kann auch schreiben  $e^x = \log a$ , man kann auch schreiben  $e^x = \log a$ , man kann auch schreiben  $e^x = \log a$ .

$$a^x = \sum \frac{x^n (\log a)^n}{n!}$$

Man kann auch schreiben  $a^x = \sum \frac{x^n (\log a)^n}{n!}$ , man kann auch schreiben  $a^x = \sum \frac{x^n (\log a)^n}{n!}$ , man kann auch schreiben  $a^x = \sum \frac{x^n (\log a)^n}{n!}$ , man kann auch schreiben  $a^x = \sum \frac{x^n (\log a)^n}{n!}$ , man kann auch schreiben  $a^x = \sum \frac{x^n (\log a)^n}{n!}$ .











195

so wird die obige Potenz durch multiplizieren  
zusammengefasst. ob die logarithmisch und Potenz  
fest, so ist diese Potenz immer noch mehr  
Bedeutung die multiplische Potenz muss nur  
ausdrücklich ist, nur das sind die Exponent  
variabel ist. Wir wollen untersuchen ob  
a<sup>x</sup> immer eine Potenz ist.

Das obige unterste die a hat x muss gesetzt man  
den ungeraden  $(p+qi-1) = a$  oder  $p+qi$  so  $a = \alpha + \beta i$   
so ist  $a^x = e^{x \log a} = (\alpha + \beta i) \cdot \log(p+qi)$

Nun muss  $\log(p+qi) = L(\sqrt{p^2+q^2}) + (\pm 2n\pi + \varphi)i$  der einzige reelle Anteil  
nur  $\cos \varphi = \frac{p}{\sqrt{p^2+q^2}}$   $\sin \varphi = \frac{q}{\sqrt{p^2+q^2}}$

also  $\log(p+qi) = L(\sqrt{p^2+q^2}) + (\pm 2n\pi + \varphi)i$   
multipliziert mit  $\alpha + \beta i$

$\alpha L(\sqrt{p^2+q^2}) - \beta(\pm 2n\pi + \varphi) + (\beta L(\sqrt{p^2+q^2}) + \alpha(\pm 2n\pi + \varphi))i$  grabs

Daher ist das neue Teil real das andere imaginär  
man muss  $e^{\alpha L(\sqrt{p^2+q^2}) - \beta(\pm 2n\pi + \varphi)} \times e^{(\beta L(\sqrt{p^2+q^2}) + \alpha(\pm 2n\pi + \varphi))i}$

in dem 2ten ist ein imaginärer Teil und muss  
unverändert bleiben also ist  $e^{ix} = \cos x + i \sin x$

Daher wird  $e^{\alpha L(\sqrt{p^2+q^2}) - \beta(\pm 2n\pi + \varphi)} \left[ \cos(\beta L(\sqrt{p^2+q^2}) + \alpha(\pm 2n\pi + \varphi)) + i \sin(\dots) \right]$

Das ganze (ausdrückt) ist die Form  $p+qi$

Wenn man sich überlegen will, ob alle Wurzeln  
 dieses Gleichnisses für jedes  $x$  und  $y$  und  
 gleich sind. Ist  $x$  der ganze Teil von  $y$  und  
 die Wurzeln gleich. Man kann ab dem man  
 $x = \alpha + \beta i$ . wo  $\beta = 0$  ist. Dann stellt das man  
 weil das Exp: man das ganze kannte  
 man und  $e^{\alpha + \beta i} = e^{\alpha} ( \cos \beta + i \sin \beta )$  ist in  
 dem Faktor. stellt das man weil das man  
 das überlegen für man Wurzeln und das  
 von  $2\mu + \nu = \cos \nu$  (ist die 1. y. m. y. d.  
 Beweis zum Einsetzen) so wird das  
 das  $\cos \theta = \cos \alpha$  welche eindeutig,  
 dass das ganze Faktor eindeutig.  
 dass ist in der Formel weil die Differenz  
 gleichung nicht zusammen. Ist  $x = \frac{\mu}{\nu}$   
 dann man an  $\alpha + \beta i$ ,  $\beta = 0$  und  $\alpha = \frac{\mu}{\nu}$ . dann  
 ist das ganze Faktor eindeutig man  
 das 2. Faktor geht.  $\cos(\pm 2\alpha + \alpha) + i \sin(\pm 2\alpha + \alpha)$

$$d. h. \cos\left(\pm 2\frac{\mu}{\nu} + \frac{\mu}{\nu}\right) + i \sin\left(\pm 2\frac{\mu}{\nu} + \frac{\mu}{\nu}\right)$$

man versteht sich, dass das Gleichnis mit  $\nu$  Wurzeln  
 ist. Es hat man in der Gleichung zwei  
 das Gleichnis das ist  $\frac{\mu}{\nu} = \frac{p}{q}$  und  
 ist





Folgt man eine Zahl  $n, m, p, q$  nach  
man will sind finden. Daraus & so  
kann die für  $a$  reals imaginäre Wurzeln  
der Art.

Z.B. die Wurzeln der Potenz  $(y-1)^{p+q}$  so wird  $d=0$   
und  $p=1$  in dem Wurz  $x = x + pi$  dann  $p=0, q=1$   
in welchem  $e^{i(2n\pi + \varphi)}$  dies aber  
stellt man  $\varphi$  irgendwelchen durch  $q$ .

$$\text{Für } \varphi = \frac{\pi}{2} \quad \text{und } \cos \varphi = \frac{p}{\sqrt{p^2+q^2}} \quad \text{wobei } \varphi = \frac{1}{2}\pi$$

also  $e^{\pm 2n\pi + \frac{\pi}{2}}$  stellt alle Wurzeln der Potenz  $(y-1)^{p+q}$   
ist  $n=0$  so ist im Wurz  $e^{\frac{1}{2}\pi} = 1 + \frac{1}{2}\pi + \frac{1}{2!}\frac{\pi^2}{2} +$   
 $\frac{1}{3}\frac{\pi^3}{3!} + \dots$  folgt man  $n=1$ , bekommt  
man  $e^{\frac{5}{2}\pi}$  man andere Wurzeln in  $y-1$ .

Man ist die letzte Wurzeln so die Formel das  
rechenen geht. und auf jenes Problem  
 $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$  oder  $e^{x \log a} \cdot e^{y \log a} = e^{(x+y) \log a}$

Das ist richtig man in allem diese  
rechnen das  $\log a$  man und dann fallen  
für die endlichen Wurzeln heraus.







Antwort: man muß sich nicht beeilen! Ich bin  
 zwar ein negativer Geist, will sie in  
 einem Monat nicht die z. h. bekommen, ganz  
 sicher.



# Erklärung des (Arithmetischen) Buchs

## Einleitung

Es ist nicht der Zweck, die Kunst der Buchführung (Arithmetik) zu lehren, sondern die Eigenschaften der Zahlen (quantum) und der Operationen (qualitas) zu erklären.

- a) unteilbar (primus)
- b) teilbar (compositus)

a) die Zahlen, die aus einer einzigen Einheit (1) entstehen, sind primus. Die Zahlen, die aus mehreren Einheiten entstehen, sind compositus. Die Zahlen, die aus einer einzigen Einheit entstehen, sind primus. Die Zahlen, die aus mehreren Einheiten entstehen, sind compositus.

Die Zahlen, die aus einer einzigen Einheit entstehen, sind primus. Die Zahlen, die aus mehreren Einheiten entstehen, sind compositus. Die Zahlen, die aus einer einzigen Einheit entstehen, sind primus. Die Zahlen, die aus mehreren Einheiten entstehen, sind compositus.

a) die Zahlen, die aus einer einzigen Einheit entstehen, sind primus. Die Zahlen, die aus mehreren Einheiten entstehen, sind compositus. Die Zahlen, die aus einer einzigen Einheit entstehen, sind primus. Die Zahlen, die aus mehreren Einheiten entstehen, sind compositus.

II. Von der Addition. Die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.

- a) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- b) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- c) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- d) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- e) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- f) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- g) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- h) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- i) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- j) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- k) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- l) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- m) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- n) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- o) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- p) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- q) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- r) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- s) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- t) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- u) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- v) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- w) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- x) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- y) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.
- z) die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl.

## I. Kapitel Addition und Subtraktion

I. Von der Addition. Die Addition ist die Zusammenfügung zweier oder mehrerer Zahlen zu einer einzigen Zahl. Die Subtraktion ist die Abnahme einer Zahl von einer anderen Zahl.



bedeutung

$$b) (a-b)+b=a$$

$$(a+b)-b=a$$

$$c) \text{ ist } a=b \text{ so ist } a+m=b+m$$

$$a-m=b-m$$

$$m-a=m-b$$

$$\text{ist } a=b, b=c \text{ so ist } a=c$$

## § 1 und II

man kann die  
Gesetze der  
Addition und  
Multiplikation  
beweisen

$$1) (a+b)-c=(a-c)+b$$

$$2) a-(b+c)=(a-b)-c=(a-c)-b$$

$$3) a-(b-c)=(a-b)+c$$

$$4) (a-b)+(c-d)=(a+c)-(b+d)$$

6. Zweifel ist man aufpassen die Begriffe  
von Addition

10) Erweiterung der Gesetze der Addition und  
Multiplikation der natürlichen Zahlen auf  
die ganzen Zahlen

1) Erweiterung der Addition

2) Erweiterung der Multiplikation

3) Erweiterung der Addition und Multiplikation

4) Erweiterung der Addition

7) der Beweis der Null und der Subtraktion

1) der Beweis der Null

2) der Beweis der Subtraktion

3) der Beweis der Addition

$$a) a+0=a$$

$$b) a-0=a \text{ d.h. } 0+b=b$$

$$c) a+(-b)=a-b$$

$$d) a-(-b)=a+b, \text{ d.h. } 0-(-b)=0+b=b=-(-b)$$

$$e) (a-b)=-(-b-a)$$

$$f) (-a)+(-b)=-(-a-b)$$

$$g) (-a)-(-b)=b-a$$

- 1) Quotient der polynomischen Division  
 I. eine Polynomdivision: Summe der Quotienten:  $ad + b$   
 II. die Division:  $ma + b$  ist  $ad + b$   
 III.  $ad + b$  ist  $ad + b$   
 IV. die Polynomdivision: Summe der Quotienten:  $ad + b$   
 V. die Summe der Quotienten:  $ad + b$   
 VI. die Summe der Quotienten:  $ad + b$

- 2) Die Division  
 I. die Division:  $ad + b$   
 II. die Division:  $ad + b$   
 III. die Division:  $ad + b$   
 IV. die Division:  $ad + b$   
 V. die Division:  $ad + b$   
 VI. die Division:  $ad + b$

## II. Kapitel: Multiplikation

### A. I. Multiplikation: Produkt, Coeff. Faktoren?

- I. die Multiplikation:  $ma + b$   
 II. die Multiplikation:  $ma + b$   
 III. die Multiplikation:  $ma + b$   
 IV. die Multiplikation:  $ma + b$   
 V. die Multiplikation:  $ma + b$   
 VI. die Multiplikation:  $ma + b$

### B. I. Die Division: Quotient, Divisor, Dividend?

- I. die Division:  $ma + b$   
 II. die Division:  $ma + b$   
 III. die Division:  $ma + b$   
 IV. die Division:  $ma + b$   
 V. die Division:  $ma + b$   
 VI. die Division:  $ma + b$

- C. I. Die Division  
 I. die Division:  $ma + b$   
 II. die Division:  $ma + b$   
 III. die Division:  $ma + b$   
 IV. die Division:  $ma + b$   
 V. die Division:  $ma + b$   
 VI. die Division:  $ma + b$

weiteren, weil alle diese die Bedingung  
des Quot. gebildet ist.

II. Die allgemeinen Quot. laßt sich die Bedingung  
des Quot. - des Quot. gebildet.

folgt 1)  $\frac{a+b}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m}$

2)  $\frac{a-b}{m} = \frac{a}{m} - \frac{b}{m}$

3)  $m \cdot \frac{a}{b} = \frac{ma}{b} = \frac{a}{b:m} = a \cdot \frac{m}{b}$

4)  $\frac{a}{b} : m = \frac{a:m}{b} = \frac{a}{b:m}$

5)  $a : \frac{b}{m} = a \cdot \frac{m}{b}$

6)  $\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}$  und  $\frac{a}{b} = \frac{a:m}{b:m}$

7)  $a + \frac{b}{c} = \frac{ac+b}{c}$

8)  $a - \frac{b}{c} = \frac{ac-b}{c}$

9)  $\frac{b}{c} - a = \frac{b-ac}{c}$

10)  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cd}{bd}$

11)  $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-cd}{bd}$

12)  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

13)  $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a:c}{b:d} = \frac{ad}{bc}$  multipl.  $\frac{m}{b} = \frac{ab}{m}$

b) Ausdrückung dieser Regeln durch Summen  
von Bruchzahlen gebildet und Produkten  
von Zahlen und Faktoren

c) Ausdrückung der Regeln durch Summen  
von Bruchzahlen gebildet.

d) Die Regel  $\frac{A}{B} = x + \frac{A-Bx}{B}$  multipl. für  
Brüche und die der algebraischen Summen.



D. Aus positiven und negativen Potenzen. kann

E. Gezeigt das gewisse Axiome und Beweise

1) ist  $a > b$  so ist  $a+m > b+m$   
 $a-m > b-m$   
 $m-a < m-b$   
 $am \leq bm$   
 $\frac{a}{m} \leq \frac{b}{m}$

2) ist  $a > b$  und  $c > d$  so ist  $a+c > b+d$   
 $a-d > b-c$   
 $a \cdot c \leq b \cdot d$   
 $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{d}$

F. Aus mehreren Aussagen

### III. Capitel

#### Potenzen und Brüche

A. Was ist Potenz, Exponent, Exponenten

B. Eigenschaften der Potenzen

C. Beweis das gewisse Axiome, dass das Exponenten absolute Zahlen sind

1)  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$   
 2)  $a^m : a^n = a^{m-n}$   
 3)  $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$   
 4)  $(ab)^m = a^m \cdot b^m$   
 5)  $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$   
 6)  $(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$

7) Die Potenzen sind ungleichartig, wenn die Exponenten ungleichartig sind.

Wird das in Fall der Gleichheit der Exponenten, mit der Basis

1) wenn  $a > b$  so ist  $a^m > b^m$   
 2) wenn  $a < b$  so ist  $\frac{a}{b} > \left(\frac{a}{b}\right)^m$  und  $\left(\frac{a}{b}\right)^m < 1$   
 3) wenn  $a < b$  so ist  $\frac{a}{b} < \left(\frac{a}{b}\right)^m$  und  $\left(\frac{a}{b}\right)^m > 1$

D. Beispiele und Sätze

E. Beispiele mit dem Exponenten absolute Zahlen sind  
 Die Exponenten absolute Zahlen sind

3. Wurzel mit dem  
 Radicant  $a \pm b$  **B I** Longitud. der Wurzel. des Radicanten  
 aus gegebenem Radicant  
 4. Wurzel der Wurzel  
 5. die Wurzel der Wurzel  
 6. die Wurzel der Wurzel

$$1) \sqrt[m]{a^m} = a$$

$$2) \sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$$

$$3) \sqrt[m]{a^m \cdot b^m} = \sqrt[m]{a^m} \cdot \sqrt[m]{b^m}$$

$$4) \sqrt[m]{\frac{a^m}{b^m}} = \frac{\sqrt[m]{a^m}}{\sqrt[m]{b^m}}$$

$$5) \sqrt[m]{a^n} = (\sqrt[m]{a})^n = \sqrt[m]{a^n} \text{ die Potenzen ausgeben}$$

$$6) \text{ Sind } m \text{ und } n \text{ teilerfremd, so gilt: } \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$7) \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$8) \sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m]{a^{n \cdot m}} = \sqrt[m]{a^{n \cdot m}}$$

$$9) \sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$$

7. II. Wurzel mit gegebenem Radicant  
 A. Radicant der Wurzel  
 1. Radicant der Wurzel  
 2. Radicant der Wurzel  
 3. Radicant der Wurzel

$$1) \sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m]{a^n}$$

$$2) \text{ Sind } m \text{ und } n \text{ teilerfremd, so gilt: } \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$3) \text{ Sind } m \text{ und } n \text{ teilerfremd, so gilt: } \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

8. II. Wurzel mit gegebenem Radicant  
 B. Differenz der Potenzen  
 1. Differenz der Potenzen  
 2. Differenz der Potenzen  
 3. Differenz der Potenzen

$$1) \sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m]{a^n}$$

$$2) \text{ Sind } m \text{ und } n \text{ teilerfremd, so gilt: } \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$3) \text{ Sind } m \text{ und } n \text{ teilerfremd, so gilt: } \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

9. II. Wurzel mit gegebenem Radicant  
 C. Differenz der Potenzen  
 1. Differenz der Potenzen  
 2. Differenz der Potenzen  
 3. Differenz der Potenzen

# IV. Capitel

## Umformungen

A. Arithmetische

1) Grundgesetz der Arithmetik: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

2) Assoziativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

3) Commutativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

4) Neutralgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

5) Assoziativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

6) Commutativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

7) Neutralgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

8) Assoziativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

9) Commutativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

10) Neutralgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

11) Assoziativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

12) Commutativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

13) Neutralgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

14) Assoziativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

15) Commutativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

16) Neutralgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

17) Assoziativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

18) Commutativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

19) Neutralgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

20) Assoziativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

21) Commutativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

22) Neutralgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

23) Assoziativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

24) Commutativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

25) Neutralgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

26) Assoziativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

27) Commutativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

28) Neutralgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

29) Assoziativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.

30) Commutativgesetz: Das Produkt zweier Zahlen ist wieder eine Zahl.



2 | 14, 21, 6, 9, 15, 8 |  
 3 | 7 3 4 |  
 7 | 7 13 5 |  
 1 | 1 1 3 5 4 |

- { 10) man nimmt eine gewisse Primzahl  $p$  zu  
 11) man findet nun ein  $g$  gemeinschaftl. Theiler von  $p-1$  und  $p+1$   
 12) ist  $\frac{p}{g} = q + \frac{r}{g}$  so ist da  $q$  gerade  $g$  Theiler von  $a$  und  $b$ , ein factor von  $r$ , mit der ganzen  $g$  Theiler von  $b$  und  $r$ , der von  $a$ .  
 13) bestimmt man nun den grössten gemeinschaftl. Theiler  $g$  von  $a$  und  $b$



2. *Legen die Formeln*

$$\begin{aligned} & ((a-c)+a)+(c+b) - ((a+b)+c) = ((a-c)+c)+(a+b) - ((a+b)+c) \\ & = (a-c+c+a+b) - (a+b+c) = (a-a+c+b) - (a+b+c) = (c+b) - (a+b+c) = -a \end{aligned}$$

$$= -a$$

$$\begin{aligned} 1) & ((a-c)+a)+(c+b) - ((a+b)+c) = ((a-c)+c)+(a+b) - ((a+b)+c) \\ & = (a-c+c+a+b) - (a+b+c) = (a-a+c+b) - (a+b+c) = (c+b) - (a+b+c) = -a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) & ((a-c)+b) + ((c+b)-a) = ((c+b)+(a-c)+b) - a = \\ & = (c+b+a-c+b) - a = (a+c+b) - a = a+c+b-a = c+b \end{aligned}$$

*Legen die Formeln*

$$\begin{aligned} & ((a+a) - ((a+c)-b)) + b = (a+a) - ((a+c)-b) + b \\ & = (a+a) - (a+c-b) + b = (a+a) - (a+c) + b + b = (a+a) - (a+c) + (b+b) \end{aligned}$$

*Die Formeln, die man durch  
Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division  
aus den Formeln ableiten kann, sind:*

1. man addiert die Formeln	Summe addiert	$(a+b)+c = (a+c)+b$
2. man subtrahiert die Formeln	Differenz	$(a-c)+b = (a+b)-c$
3. man multipliziert die Formeln	Produkt	$(a+b) \cdot c = (a+c) \cdot b$
4. man dividiert die Formeln	Quotient	$(a-b) : c = (a-c) : b$
5. man addiert die Formeln	Summe addiert	$(a-b) - c = a - (b+c)$
6. man subtrahiert die Formeln	Differenz	$a + (b+c) = (a+b)+c$
7. man multipliziert die Formeln	Produkt	$a - (b+c) = (a-b) - c$
8. man dividiert die Formeln	Quotient	$(a-b)+c = a - (b-c)$
9. man addiert die Formeln	Summe addiert	$a - (b-c) = (a-b)+c$
10. man subtrahiert die Formeln	Differenz	$(a-b) + (c-d) = (a+c) - (b+d)$



Gegeben ist  $(a+b) + (c+d)$  zu vereinfachen 3  
 1.  $(a+b) + (c+d) = (a+c) + (b+d) = (b+c) + (a+d)$  etc.

Gegeben ist  $(a-b) - (c-d)$  oder  
 $(a-b) - (c+d)$  oder  
 $(c+d) - (a-b)$   
 $(a-b) + (c+d)$

Es geht um die Vermischung der  
 Klammern. Es wird erwartet, dass man  
 noch mehr darstellt, man in der  
 umgekehrten Richtung und selbst  
 bleiben, aber nicht als Summe oder  
 Differenz beibehalten, dann bringen  
 sie die 10 Formeln umzuwandeln.

$$\left| (a-b) - d \right| + \left| b - (c-d) \right| = \left| (a-b) + b \right| - \left| (c-d) + d \right| \quad \text{Zu 10 u 11.}$$

$$= a - c$$

$$(a-b) + (c-d) = (a+c) - (b+d)$$

$$(a-b) + (c-d) + (e-f) = [(a+c) - (b+d)] + (e-f) =$$

$$= (a+c+e) - (b+d+f) \quad \text{Zu 16}$$

$$1) (-b) + (-a) = (0-b) + (0-a) = (0+0) - (a+b) = -(a+b)$$

$$2) 0+0 = (p-p) + 0 = p-p = 0$$

$$3) -b - (-a) = (0-b) - (0-a) = (-b) + a = a-b \quad \text{Zu 10}$$

$$4) (2a-2b-4c+d) + (2n-a+b-3c-p+q) =$$

$$= 2a-b-7c+d+2n+p+q$$

$$5) (2a-2b-4c+d) - (2n-a+b-3c-p+q) =$$

$$= 2a-2b-4c+d-2n+a-b+3c+p-q = 3a-3b-c+d-2n+p-q.$$

II Eigenschaften

§ 35. 85. Wenn  $a=b$  so ist  $ma=mb$  das ist. Bei gleichem Vielfachen der beiden Zahlen  $a$  und  $b$  ist das Vielfache von  $a$  gleich dem Vielfachen von  $b$ .

$$\begin{array}{r} 2+3=8-3 \\ \quad \quad \quad 2 \quad \quad \quad 2 \\ \hline 4+6=16-6 \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r} 2+3=8-3 \\ \quad \quad \quad -2 \quad -2 \\ \hline -4-6=-16+6 \end{array}$$

§ 36.  $c(ab) = a(bc) = b(ac)$  das

$c(ab) = ab+ab+ab+ab+\dots$  c mal, nach der Formel  $m(a+b) = ma+mb$  und  $ab+ab+\dots$  c mal  $= a(bc) = b(ac)$

§ 37. Es muss gezeigt sein dass die drei Sätze 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000.

§ 37.  $a : \frac{b}{m} = a \cdot \frac{m}{b}$

damit  $(a \cdot \frac{m}{b}) \cdot \frac{b}{m} = a \cdot \frac{m}{b} \cdot \frac{b}{m} = a \cdot \frac{m \cdot b}{b \cdot m} = a \cdot \frac{m}{m} = a$

§ 38.  $\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}$  das  $\frac{a}{b} \cdot bm = am$

$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m}$  das  $\frac{a}{b} \cdot (b \cdot m) = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{m} = \frac{a}{m} \cdot \frac{b}{b} = \frac{a}{m} \cdot 1 = \frac{a}{m}$

§ 39.  $a + \frac{b}{c} = \frac{ac + b}{c}$  damit  $(a + \frac{b}{c}) \cdot c = ac + \frac{b}{c} \cdot c =$

$ac + b$   
 $a - \frac{b}{c} = \frac{ac - b}{c}$  damit  $(a - \frac{b}{c}) \cdot c = ac - \frac{b}{c} \cdot c =$

$ac - b$   
 $\frac{b}{c} - a = \frac{b - ac}{c}$  damit  $(\frac{b}{c} - a) \cdot c = \frac{b}{c} \cdot c - ac = b - ac$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd} \text{ dñ } \left( \frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) / bd =$$

$$= \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{bd} + \frac{c}{d} \cdot \frac{1}{bd} = \frac{ad + cb}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \text{ dñ } \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot bd = ac$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a:c}{b:d} \text{ dñ } \left( \frac{a}{b} : \frac{c}{d} \right) \cdot \frac{b}{b} = \frac{(a:c)b}{(b:d)b} = \frac{a:c}{b:d} = a:c$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc} \text{ dñ } \left( \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \right) bc = \frac{(a:c)bc}{b:d} = (a:c)$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a:c}{b:d} \text{ dñ } \left( \frac{a:c}{b:d} \right) \frac{c}{c} = \frac{(a:c)c}{(b:d)c} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc} \text{ dñ } \left( \frac{ad}{bc} \right) \frac{c}{c} = \frac{adc}{bcd} = \frac{a}{b}$$

man muss die Quot. dividieren durch, was man

in der Formel

$$0 \cdot 0 = (p-p)(p-p) = pp - pp - pp + pp = 0$$

$$0 \cdot a = (p-p)a = ap - ap = 0$$

$$\frac{0}{a} = \frac{p-p}{a} = \frac{p}{a} - \frac{p}{a} = 0$$

$$(-b) \cdot a = (0-b)a = 0 - ab = -ab$$

$$(-b) \cdot (-a) = (0-b)(0-a) = 0 + ab = ab$$

$$\frac{-b}{a} = \frac{0-b}{a} = 0 - \frac{b}{a} = -\frac{b}{a}$$

$$\frac{-b}{a} = \frac{b}{-a} = -\frac{b}{a} \text{ dñ } \left( -\frac{b}{a} \right) \cdot (-a) = \frac{ba}{a} = b$$

$$\frac{-b}{-a} = \frac{b}{a} \text{ dñ } \frac{b}{a} \cdot (-a) = -\frac{ba}{a} = -b$$

hier 2 Fälle, aufpassen  
mit den Vorzeichen  
wenn du mit einem  
Zahl a-b und einem  
Negativen, das man

suchen, irgendwelche Formeln sind oft in der Laplace mit man  
und Differenzen dividieren. Es ist eine in der Laplace  
Erklärung das ist es, was man weiß, dass man weiß



minimum wurde die Identität  $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$   
 durch nicht mehr sehr viele andere  
 Ausdrücke ausgedrückt. Die ganze Sache ist  
 mit der ist nicht mehr und noch sehr viele  
 andere die die Ausdrücke mit der Summe  
 kontrolliert. Von der Seite ist nicht das Recht  
 § 46.  $\frac{1}{1-x} = 1 + \frac{1-x}{1-x}$  dann

$$\left(1 + \frac{1-x}{1-x}\right) \frac{1}{1-x} = 1-x + 1-x = 1$$

$$\text{denn } \frac{1}{1-x} = 1 + \frac{1-x}{1-x} = 1 + \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + \frac{1-x}{1-x} = 1 + \frac{1}{1-x}$$

$$-\frac{1}{1-x} = -1 + \frac{1-x}{1-x} = -1 + \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + \frac{1-x}{1-x} = 1 + \frac{1}{1-x} \text{ d.h. } \frac{1}{1-x} = 1 - 1 + \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 - 1 + \frac{1-x}{1-x} = 1 - 1 + \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 - 1 + \frac{1-x}{1-x} = 1 - 1 + \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + \frac{1-x}{1-x} = 1 + \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + \frac{1-x}{1-x} = 1 + \frac{1}{1-x} \text{ d.h. } \frac{1}{1-x} = 1 + 1 - 1 + \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + 1 - 1 + \frac{1-x}{1-x} = 1 + 1 - 1 + \frac{1}{1-x} \text{ d.h. } \frac{1}{1-x} = 1 + 1 + 1 - 1 + \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + 1 + 1 - 1 + \frac{1-x}{1-x} = 1 + 1 + 1 - 1 + \frac{1}{1-x}$$

Obige gezeigte man hier nicht für die <sup>max!</sup> (Transpon)

- Zähl.

$$1. \quad \frac{a+b}{a+b} \mid \frac{am - an + ap - bm + bn - bp}{am - bm} \mid -m + n - p \quad \S 47.$$

$$\begin{array}{r} -an + ap + bn - bp \\ -an \quad + bn \\ \hline ap - bp \\ ap - bp \end{array}$$

Nun abm positiv so ist  $a > b$  am  $> bm$  § 50

da  $am - bm = (a-b)m$  gleich oder mehr als null

$$\text{wird ist } \frac{a}{m} > \frac{b}{m} \text{ da } \frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}$$

$$\frac{m}{a} < \frac{m}{b} \text{ da } \frac{m}{a} - \frac{m}{b} = \frac{mb - ma}{ab} = \frac{(b-a)m}{ab} \text{ immer neg. Zahl.}$$

Erhalten a und b ungleich. Zwischen dem ab pos. wird

so ist  $\frac{(b-a)m}{ab}$  positiv. man an neg. negativ

man an positiv ist.

Erhalten a und b gleich. Zwischen dem ab neg. wird

so ist  $\frac{(b-a)m}{ab}$  positiv man an pos. neg. an neg. ist.

Ein Zwischenfall auch wenn die GröÙen a und

kleiner, man muss nicht abgeben (Dabei

ausgekl. nicht vda. selbstversteht 3. L

1. 4. da man b gleich 4 > 3 in 1. f.

$$\text{Ist } a > b \text{ und } c > d \text{ so ist } a+c > b+d \text{ in } \S 51.$$

$$a-d > b-c$$

da  $a > b$  und  $c > d$  ist die gezeigte so ist

$$\text{wird man folgende Zahl die Summe } (a-b) + (c-d) = (a+c) - (b+d) =$$

$$= (a-d) - (b-c)$$

$$1^{\circ} \text{ Wenn } b \text{ ungleich } 0$$

$$\text{für } m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$i) a = b + q \quad \text{für } q \in \mathbb{R}$$

$$c > d \text{ für } a < b$$

$$ad = (b + q)d = bd + qd$$

$$a.c > bd + qd \text{ für } q > 0$$

$$\text{symmetrisch zu } bd.$$

$$\text{ad } d \text{ wird } m \text{ mal}$$

$$\frac{a.c}{c.d} = \frac{a.c}{c.d} \cdot \frac{b.d}{b.d}$$

$$\frac{a}{d} > \frac{b}{c} \quad a:d > b:c$$

Hier ist die dritte und vierte Proposition zu  
ist  $a:c > b:d$  dann  $ac - bd = (a-b)c + (c-d)b$   
welche immer positive Zahl.  
Umgekehrt ist  $a:b < c:d$  dann  
 $ad - bc = \frac{a}{d} - \frac{b}{c} = \frac{ac - bd}{dc}$  eine negative Zahl  
Denn ist  $ac - bd$  gleich einer positiven Zahl man  
multipliziert mit  $b$  oder  $d$  nicht negativ.  
Erhaltung. Gleiches muss neg. Zahl sein, wenn  
umgedreht wird.

Muss ich zu dem vollen des In's Voll  
 die Differenz der grünen Grüns und in  
 Tals der der Kinnern, Grüns und  
 mit der absolute grünen, grünen, z. L.  
 $4 \frac{1}{2}$  und  $\frac{10}{3} \times \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$  ist  $4 - \frac{11}{3}$  oder  $\frac{12-11}{3}$  oder  $\frac{1}{3}$  und  
 zweifels  $\frac{3}{2} - \frac{1}{4}$  oder  $\frac{6-1}{4}$  oder  $\frac{5}{4}$   
 So sind die Quoten einer Anzahl

3.17\* 18 Крестовников?

$$\frac{a}{b+c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \frac{ac+ab}{bc} = \frac{a(b+c)}{bc}$$

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{a}{c}\right)(b+c) = a + \frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} + a$$

und  $\alpha = 0$  sein.



1)  $(a+c) - (b+c) = a-b$

2. <sup>te</sup> Vervielfachen

da  $(b+c) + (a-b) = (b+c-b) + a = c+a$  (mit)

2)  $(a-c) - (b-c) = a-b$

da  $(b-c) + (a-b) = (b-a) - (c-b) = (b-b) + (a-c) = a-c$

~~$(a-c) - (b-c) + b = (a-b) - (b-c) + b$~~

3.  $a:c - b:c = a-b$  für

$a:c - b:c = \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$  wenn  $c \neq 0$   
wenn  $c=1$  ist  $a:b = a-b$

4.  $(a:c) - (b:c) = a-b$  für

$b:c(a-b) = \frac{b}{c}(a-b) = \frac{ab-bb}{c} = \frac{a-b}{c}$

$(a-b) + b:c$  mind nur dann gleich sein  
wenn  $c=1$  ist.

5.  $a:c - b:c = a-b$  für

mind wenn  $\frac{a-b}{c} = a-b$  oder  $a$  oder  $c=1$  ist.

2. <sup>te</sup> Vervielfachen

Für  $\frac{a}{b+c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$  so multipl.

$(\frac{a}{b} + \frac{a}{c})(b+c) = a$  für alle  $a + \frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} + a$

also  $\frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} = 0$  zu finden. kann man  
klug kombinieren, wenn Gleichung aufstellen

Com. Büro der Stadt

10

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{a}{x}\right)(b+x) = a$$

$$\frac{a}{b} + \frac{a}{x} = \frac{a}{b+x}$$

$$\frac{ax+ab}{bx} = \frac{a}{b+x}$$

$$abx + ab^2 + ax^2 + abx = abx$$

$$ax^2 + abx = -ab^2$$

$$x^2 + bx = -b^2$$

$$x = \pm \sqrt{-b^2 + \frac{b^2}{4}} - \frac{b}{2} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{-3b^2} - \frac{b}{2}$$

mindestens zwei, gleiche Wurzeln zu sein  
müß.

2. Auflösung  $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$  dann  $\frac{a}{b} \cdot b \cdot c = a \cdot c$

$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$  dann  $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = \frac{a}{c} = a:c$

Woll  $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+c}$  so müß

$\left(\frac{a+c}{b+c}\right)b = a$  d.h.  $\frac{ab+bc}{b+c} = a$  und man

ergänzen mit  $c=0$  i.d.

dann müß man  $\frac{ab+bc}{b+c} = a$

oder  $ab+bc = ab+ac$

$$bc = ac$$

$$bc - ac = 0$$

$$(b-a)c = 0$$

$$c = 0.$$

Woll  $\frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-c}$  so müß  $\left(\frac{a-c}{b-c}\right)b = a$  d.h.  $\frac{ab-cb}{b-c} = a$   
und es gilt wieder  $\frac{ab-cb}{b-c} = a$

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \quad \frac{m}{d} \quad \frac{p}{d} \quad \text{anomalus}$

24. Vorklärung

$$\frac{ad}{bd} \quad \frac{cq}{bd} \quad \frac{mb}{bd} \quad \frac{bp}{bd}$$

25. Vorkl.

Es ist  $a > b$  und  $c > d$

$a < c$  und  $b < d$  dann  $a-b$  und  $c-d$  sind pos. Zahlen

$$\text{denn } (a-b) + (c-d) = a + c - b - d$$

$a < c$  und  $b < d$  multipl. mit  $c$  und  $d$  pos. Zahlen

$$(a \cdot c) - (b \cdot d) = (a-b)c + (c-d)b$$

multipl. mit  $c$  und  $d$  pos. Zahlen  
Zusatz:  $a > b$  und  $c > d$  in sich  $(a-c) > (b-d)$  ist

$$(a-b) + (c-d) \text{ ergibt eine positive Zahl}$$

in sich  $(a-c) - (b-d)$  ist

$$(a-c) - (b-d) = (a-b) - (c-d)$$

multipl. mit  $c$  und  $d$  pos. Zahlen

$$(a-b)c - (c-d)b = (a-b)c - (c-d)b$$

Es ist  $a > b$  und  $c > d$  dann  $a-b$  und  $c-d$  pos. Zahlen

$$\frac{ad - bc}{cd} = \frac{(a-b)d + (d-c)b}{cd}$$

III. Kapitel Es ist  $\frac{a}{b}$  ein einfacher Bruch so 562

Es ist  $\frac{a}{b} > 1$  dann  $a > b$  und  $a-b$  pos. Zahl

$$\frac{a}{b} = 1 + \frac{a-b}{b}$$

Es ist  $\frac{a}{b} < 1$  dann  $a < b$  und  $b-a$  pos. Zahl

$$\frac{a}{b} = 1 - \frac{b-a}{b}$$

Es ist  $\frac{a}{b} > 1$  dann  $a > b$  und  $a-b$  pos. Zahl





Es ist nun zu beweisen daß  $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$  das ist die  
 Bedingung  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$  und  $= \sqrt[q]{a^p}$  ist richtig  
 mit  $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^p}$  für  $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$  ist.

also  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$  und  $\sqrt[q]{a^p} = a^{\frac{p}{q}}$  also die Expon  
 und die Wurzel gleich sind.

$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^{pm}}$  mit  $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$  für  $\frac{mq}{nq} = \frac{mp}{nq}$  also  $mq = mp$

also  $\sqrt[n]{a^{pm}} = \sqrt[q]{a^{nq}} = a^p$

Es ist nun zu zeigen daß dies auch umgekehrt richtig ist.

$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^{nq}}$  mit

$\sqrt[q]{a^p} = \sqrt[q]{a^{mq}}$  mit  $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$  für  $mq = mp$

also  $\sqrt[n]{a^{mq}} = \sqrt[q]{a^{mp}}$

Es ist nun zu zeigen, daß diese Formeln die allgemeinen sind.

1)  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$   $a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{p}{q}}$  d. h.

$\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[q]{a^p} = \sqrt[nq]{a^{mq + np}}$  mit  $\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^q = a^{\frac{mq}{n}}$  also  $a^{\frac{mq}{n}}$

und wie viel dieser Ausdruck ist.

Umkehrung.  $a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{p}{q}}$  zwei Potenzen aneinander multipliziert

man kann aber auch schreiben Summe der Exponenten

also  $a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{p}{q}}$  also  $a^{\frac{mq + np}{nq}} = a^{\frac{mq + np}{nq}}$

das ist also die allgemeine Formel.

$a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{p}{q}}$  d. h.

$\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^q = \sqrt[nq]{a^{mq}}$  mit  $\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^q = a^{\frac{mq}{n}}$  also  $a^{\frac{mq}{n}}$  richtig.

2. formul  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  d.f.

$a^{\frac{x}{\beta}} \cdot a^{\frac{\gamma}{\delta}} = a^{\frac{x}{\beta} + \frac{\gamma}{\delta}} = a^{\frac{x\delta + \gamma\beta}{\beta\delta}}$  d.f.

$\sqrt[x]{a} \cdot \sqrt[y]{a} = \sqrt[x\delta + y\beta]{a}$  d.f.

$(\sqrt[x]{a})^{\beta} (\sqrt[y]{a})^{\delta} = a^{\frac{\beta}{x}} a^{\frac{\delta}{y}} = a^{\frac{\beta\delta + \gamma\beta}{\beta\delta}}$

3. formul  $a^m : a^n = a^{m-n}$

$a^{\frac{x}{\beta}} : a^{\frac{\gamma}{\delta}} = a^{\frac{x}{\beta} - \frac{\gamma}{\delta}} = a^{\frac{x\delta - \gamma\beta}{\beta\delta}}$  d.f.

$\sqrt[x]{a} : \sqrt[y]{a} = \sqrt[x\delta - y\beta]{a}$  d.f.

$\frac{\sqrt[x]{a} \cdot \sqrt[y]{a}}{\sqrt[z]{a}} = \frac{a^{\frac{1}{x}} a^{\frac{1}{y}}}{a^{\frac{1}{z}}} = a^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z}}$

4. formul  $(ab)^m = a^m \cdot b^m$  d.f.  $(ab)^{\frac{x}{\beta}} = a^{\frac{x}{\beta}} \cdot b^{\frac{x}{\beta}}$

ind.  $\sqrt[x]{ab} = \sqrt[x]{a} \cdot \sqrt[x]{b}$  d.f.

$(\sqrt[x]{a} \cdot \sqrt[y]{b})^{\beta} = a^{\frac{\beta}{x}} \cdot b^{\frac{\beta}{y}} = ab^{\frac{\beta}{x}}$

5. formul  $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$  d.f.  $\frac{a^{\frac{x}{\beta}}}{b^{\frac{x}{\beta}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{x}{\beta}}$

$\sqrt[x]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[x]{a}}{\sqrt[x]{b}}$  d.f.

$\sqrt[x]{a} \cdot \sqrt[y]{b} = \sqrt[x\delta + y\beta]{a^{\delta} b^{\gamma}}$

6. formul  $a^{(m)n} = (a^m)^n$  d.f.  $a^{\frac{x}{\beta} \cdot \gamma} = (a^{\frac{x}{\beta}})^{\gamma} = a^{\frac{x\gamma}{\beta}}$  d.f.

$\sqrt[x]{a^n} = \sqrt[xn]{a^n} = \sqrt[x]{a}$  d.f.



15)

Formel zur Potenz

2. Formel.  $\sqrt[p]{a^\alpha} \cdot \sqrt[p]{a^\beta} = \sqrt[p]{a^{\alpha+\beta}}$  d.h.

$\sqrt[p]{a^\alpha} = \sqrt[p]{a^\alpha} \cdot 1 = \sqrt[p]{a^\alpha} \cdot \sqrt[p]{a^0} = \sqrt[p]{a^{\alpha+0}} = \sqrt[p]{a^\alpha}$

3. Formel.  $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$  d.h.

$\sqrt[p]{a^\alpha} \cdot \sqrt[p]{a^\beta} = \sqrt[p]{a^{\alpha+\beta}}$  d.h.

$\sqrt[p]{a^\alpha} = \sqrt[p]{a^\alpha} \cdot 1 = \sqrt[p]{a^\alpha} \cdot \sqrt[p]{a^0} = \sqrt[p]{a^{\alpha+0}} = \sqrt[p]{a^\alpha}$

4. Formel.  $(ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$  d.h.

$\sqrt[p]{ab} = \sqrt[p]{a} \cdot \sqrt[p]{b}$  d.h.

$\sqrt[p]{a} \cdot \sqrt[p]{b} = \sqrt[p]{a \cdot b} = \sqrt[p]{(ab)}$

5. Formel.  $\frac{a^\alpha}{b^\alpha} = \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha$  d.h.

$\sqrt[p]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[p]{a}}{\sqrt[p]{b}}$  d.h.  $\frac{\sqrt[p]{a}}{\sqrt[p]{b}} = \sqrt[p]{\frac{a}{b}} = \sqrt[p]{\frac{a}{b}}$

6. Formel.  $a^{\frac{\alpha}{\beta}} = \sqrt[\beta]{a^\alpha}$  d.h.

$\sqrt[\beta]{\sqrt[p]{a^\alpha}} = \sqrt[p]{a^\alpha}^{\frac{1}{\beta}} = \sqrt[p \cdot \beta]{a^\alpha} = \sqrt[p]{a^{\frac{\alpha}{\beta}}}$

$a^{\frac{2}{3}} = a^{2+\frac{2}{3}} = a^2 \cdot a^{\frac{2}{3}}$

Die Differenz  $\alpha - \beta = \gamma - \delta$  für  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ .

$\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$  d.h.  $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$  d.h.

$\frac{a^{\alpha+\beta}}{a^\gamma} = \frac{a^{\alpha+\beta}}{a^{\gamma}} = \frac{a^\alpha \cdot a^\beta}{a^\gamma} = a^\alpha \cdot \frac{a^\beta}{a^\gamma} = a^\alpha \cdot a^{\beta-\gamma}$

§ 74. Es die formen der allgemeinen Potenzen, nur  
eine Differenz und eine Multiplikation?

I. formel.  $a^m \cdot a = a^{m+1}$  d. f.

$a^{\alpha-\beta} \cdot a = a^{\alpha-\beta+1}$  oder  $= a^{(\alpha+1)-\beta}$

$\frac{a^\alpha}{a^\beta} \cdot a = \frac{a^{\alpha+1}}{a^\beta} = \frac{a^\alpha \cdot a}{a^\beta}$  multiplizieren

II. formel.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  d. f.

$a^{\alpha-\beta} \cdot a^{\gamma-\delta} = a^{(\alpha-\beta)+(\gamma-\delta)}$  d. f.

$\frac{a^\alpha}{a^\beta} \cdot \frac{a^\gamma}{a^\delta} = a^{(\alpha-\beta)} \cdot a^{(\gamma-\delta)} = \frac{a^\alpha}{a^\beta} \cdot \frac{a^\gamma}{a^\delta}$

$\frac{a^{\alpha+\gamma}}{a^{\beta+\delta}} = \frac{a^{\alpha+\gamma}}{a^{\beta+\delta}}$

III. formel  $a^m : a^n = a^{m-n}$  d. f.

$a^{\alpha-\beta} : a^{\gamma-\delta} = a^{(\alpha-\beta)-(\gamma-\delta)}$  d. f.

$a^{(\alpha-\beta)-(\gamma-\delta)} \cdot a^{\gamma-\delta} =$  nach form II  $a^{\alpha-\beta}$

IV. formel  $(ab)^m = a^m \cdot b^m$  d. f.

$(a \cdot b)^{\alpha-\beta} = a^{\alpha-\beta} \cdot b^{\alpha-\beta}$  d. f.

$\frac{ab^\alpha}{ab^\beta} = \frac{a^\alpha}{a^\beta} \cdot \frac{b^\alpha}{b^\beta} = \frac{ab^\alpha}{ab^\beta}$

V. formel  $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$  d. f.  $\left(\frac{a^{\alpha-\beta}}{b^{\gamma-\delta}}\right) = \frac{a^{\alpha-\beta}}{b^{\gamma-\delta}}$  d. f.

$\left(\frac{a^{\alpha-\beta}}{b^{\gamma-\delta}}\right) \cdot b^{\gamma-\delta} = \frac{a^{\alpha-\beta}}{b^{\gamma-\delta}} \cdot b^{\gamma-\delta} = a^{\alpha-\beta}$

II. Formel  $(a^m)^n = a^{mn}$  i. f.  $(a^{x-p})^{y-q} = a^{(x-p)(y-q)}$   
 $\frac{(a^x)^y}{(a^p)^q} = \frac{a^{xy}}{a^{pq}} = \frac{(a^{x-p})^y}{(a^p)^q}$   
 $\frac{(a^x)^y}{(a^p)^q} = \frac{a^{xy}}{a^{pq}} = \frac{(a^{x-p})^y}{(a^p)^q}$   
 $\frac{(a^x)^y}{(a^p)^q} = \frac{a^{xy}}{a^{pq}} = \frac{(a^{x-p})^y}{(a^p)^q}$

so ist  $a^1 = a^{m-(m-1)} = \frac{a^m}{a^{m-1}} = \frac{a^m \cdot a}{a^m} = a$  § 75

$a^0 = a^{p-p} = \frac{a^p}{a^p} = 1$

$a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$

$a^m \cdot b^{-n} = a^m \cdot \frac{1}{b^n} = \frac{a^m}{b^n}$

$\frac{a^m \cdot b^{-n}}{c^p \cdot d^q} = \frac{a^m \cdot d^q}{c^p \cdot b^n} = \frac{d^q}{a^{-m} \cdot c^p \cdot b^n} \cdot \frac{1}{d^{-q} \cdot a^{-m} \cdot c^p \cdot b^n}$

sofrage  $1^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{1^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{1} = 1$  § 76

Frage  $0^m = 0$  wenn  $m$  irgendwas ist, ist  $m = \frac{a}{b}$

so ist  $0^m = 0^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{0^a} = \sqrt[b]{0} = 0$  denn  $0^b = 0$

ist  $m$  also ist  $0^m = 0^{\frac{a}{b}} = \frac{0^a}{0^b} = \frac{0}{0} = 0$

Frage  $(a+b)^m = a^m + b^m$  ist unrichtig, denn

$(a+b)^m$  bedeutet  $(a+b)(a+b)(a+b) \dots m$  mal

und dies ergibt per se  $a^m + b^m$  denn das heißt

erst  $(a+b) + (a+b) + (a+b) \dots m$  mal

Em. Ch. W. M.



5)

13) Frage  $\sqrt[m]{a+b} = \sqrt[m]{a} + \sqrt[m]{b}$  ist immer richtig  
 da  $\sqrt[m]{a} + \sqrt[m]{b}$  nicht mit  $\sqrt[m]{a+b}$

### Capitel IV

§81  $562 \cdot 10000 = 5620000$  da  $10000 = 10^4$  und  
 $(5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 2) \cdot 10^4 = 5 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 0$   
 $= 5620000$

$563453 : 10000 = \frac{563453}{10000}$  da  
 $563453 = 56 \cdot 10000 + 3453$  also  
 $\frac{563453}{10000} = \frac{56 \cdot 10000 + 3453}{10000} = 56 + \frac{3453}{10000}$

§85  $4798 : 5 = \frac{4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 8}{5}$   
 $\frac{20 \cdot 10^3 + 35 \cdot 10^2 + 45 \cdot 10 + 10}{5} =$   
 $\frac{2 \cdot 10 \cdot 10^3 + (3 \cdot 10 + 5) \cdot 10^2 + (4 \cdot 10 + 5) \cdot 10 + 4 \cdot 10}{5} =$   
 $\frac{2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 4 \cdot 10}{5} =$   
 $\frac{2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + (5+4) \cdot 10^2 + (5+4) \cdot 10}{5} =$   
 $\frac{2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 0}{5} =$   
 $23990$

§86.  $4798 : 5 = \frac{4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 8}{5} = \frac{4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 9}{5}$   
 $\frac{1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2}{5} = 17 \cdot 10^2$

Quot =  $1359 + \frac{3}{5}$

$\frac{15}{2 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10} = \frac{29 \cdot 10}{25}$   
 $\frac{48}{25} = 1 \cdot 10 + 8$   
 $\frac{45}{3}$

Teil zu den Quotienten 12, 15, 21, 16 der Brüche. 891.  
 Gemeinsamer Nenner 120  
 12 15 21 16 als Faktoren  
 3.4 3.5 3.7 2.8

Größt mögl. Vielf. faktoris. 3.4.5.7.2 als Faktoren

$$= \frac{16}{80} = 1680 \text{ der zwei Faktoren}$$

$$\frac{16}{80} \text{ zu } 12/1680/140 \quad 15/1680/112 \quad 21/1680/80 \quad 16/1680/105$$

$$\frac{16}{80} \quad \frac{12}{40} \quad \frac{15}{28} \quad \frac{16}{105}$$

$$\begin{array}{r} 600 \\ 315 \\ 63 \\ 21 \\ 3 \end{array} \left. \begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 3 \\ 7 \\ 3 \end{array} \right\} \text{Primfaktoren}$$

892.

Leitzahl  $\frac{6/22}{3} = \frac{18}{4}$  zu 2 als gemeinsame Faktoren  
 von 6 und 22 auf Faktoren  
 von 4.

344.

Sei  $\frac{a}{b} = q + \frac{r}{b}$

$a = bq + r$   
 $a - bq = r, \frac{a - bq}{m} = \frac{r}{m} = \frac{a}{m} - \frac{b}{m}q = \frac{r}{m}$

Da nun  $\frac{a}{m}$  und  $\frac{b}{m}$  ganze Zahlen sind so ist auch  
 $\frac{a}{m} - \frac{b}{m}q$  eine ganze Zahl. Folglich  $\frac{r}{m}$  eine  
 ganze Zahl.

Sei  $a - bq = r = \frac{a - bq}{n} = \frac{r}{n} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n}q = \frac{a}{n}$   
 die Doppelte Minimum wird.

201



## 7

Unbekannte Handlung der Regierungskasse  
Regierungskasse.

1. Von dem Buchdruck  $\sqrt[6]{a^6}$  in einem  
 und von der geringen Zahl  $a^6$   
~~Abzug. Der Buchdruck eines Buches~~  
~~mit der folgenden einer Anzahl~~  
 10. In der  $\sqrt[6]{a^6}$  in 6. In der  
 10. In der  $\sqrt[6]{a^6}$  in 6. In der  
 10. In der  $\sqrt[6]{a^6}$  in 6. In der  
 10. In der  $\sqrt[6]{a^6}$  in 6. In der

[illegible]

3.) Dafs  $\sqrt[m]{a/b} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$  das in Lösung  
 in m-factoren zerlegt, kann man  
 nicht Lösung zum factor nehmen,  
 das hilft nur, wenn die Exponenten  
 man nicht zerlegt wird dann geht  
 es mit der kleinen Mangel von  
 gehen, und es wurde dann gleich  
 sagt, das ist  $x = \sqrt[m]{a}$  und  $z = \sqrt[m]{b}$  so  
 dass  $\frac{a}{b}$  und  $\frac{x}{z}$  m-mal genommen

und ist  $\sqrt[m]{a/b} = \frac{x}{z} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$   
 4.) Dafs  $\sqrt[m]{a^n} = (\sqrt[m]{a})^n$  das  
 $\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m]{(a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot n \text{ mal})} =$  weil da  
 2-mal  $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{a} \dots n \text{ mal} =$   
 $= (\sqrt[m]{a})^n$

5.) Dafs  $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$  man kann es  
 nicht zerlegen wegen ungleichheit der  
 Exponenten, und das zeigt die Pro-  
 portion. Da es nicht möglich ist die  
 $(a^m)^n = a^{mn}$  und die die Radica: Das

Solen liadien, nütz ist.  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$  und ist  $\sqrt[n]{a^m}$   
 dessen Bedeutung die  $(a^{\frac{m}{n}})^n = a^{\frac{m \cdot n}{n}} = a^m$   
 Grund ist die Analysis (dies)  
 $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{(a \cdot a \cdot a \dots m \text{ mal})} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \dots n \text{ mal}$   
 wenn  $\sqrt[n]{a} = x$  ist  $\sqrt[n]{a^m} = x \cdot x \cdot x \cdot x \dots n \text{ mal}$

Was nun verwirrt, nütz, noch frist  
 wie müß dieß  $m$  in  $\sqrt[n]{a^m}$   
 von  $m$  ist ~~der~~  $a$  gegeben und dieß  
 je  $m$ ,  $x$  in  $a$  geben und dieß  
 $a$  wird so viele sein als  $m$  in  
 $n$  aufsteht ist  $\sqrt[n]{a^m}$  ist  $\sqrt[n]{a^m}$   
 bedeutet  $a$  <sup>dieses Multiple</sup>  $m$  oder  $\frac{m}{n}$

$\sqrt[n]{a^{\frac{m}{n}}} = \sqrt[n]{a^{\frac{m}{n}}}$  das ist dem geringen  
 dieß ist  $\sqrt[n]{a^{\frac{m}{n}}} = a^{\frac{m}{n \cdot n}}$  ist  $m$  in  $n$ , aufsteht  
 $n$  mal so ist  $\sqrt[n]{a^{\frac{m}{n}}} = a^{\frac{m}{n}}$  oder  $\sqrt[n]{a^{\frac{m}{n}}}$   
 $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a}$  oder  $\sqrt[n]{a}$   $r = \frac{m}{n}$   
 $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^m}$ .  $\sqrt[n]{a^m}$  heißt  $\sqrt[n]{a^m}$   
 deswegen die Wurzelformel gilt.



$$\text{d.h. } \sqrt[m]{a^n} = \underbrace{\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{a} \dots \sqrt[m]{a}}_{n \text{ mal}}$$

Man übersehe sich, wie leicht dieses Radikal von  $x$  entwirrt, und sehe, dass folglich  $n$  in  $m$  ohne Rest aufgeteilt ist, d.h.  $n$  mal, dass viele dieser  $x$  multipl. die  $n$ te Potenz ist von  $a$  bilden. Da  $a = x^m$  und die  $\frac{m}{n} = x$  ist  $x^n = x^m = a$

$$\text{also } x^n = \sqrt[n]{a} = \sqrt[\frac{m}{n}]{a} \quad \text{d.h. } (x^n = \sqrt[n]{a^n}) \quad \sqrt[m]{a^n} = \sqrt[\frac{m}{n}]{a}$$

7)  $\sqrt[mn]{a} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$  ist dunkel, da  $\sqrt[mn]{a}$  heißt,  $a$  in  $mn$  gleiche Faktoren zerlegen. Zerlegt man  $a$  zu erst in  $n$  gleiche Faktoren, so wird jeder Factor von  $m$  gleichen Faktoren die  $m$ te Potenz einbringsend, man erhält also  $m$  gleiche Faktoren, die  $n$ te Potenz man dem  $m$ ten Factor in  $n$  gleiche Faktoren zerlegt, also die  $\sqrt[n]{m}$ te Potenz einbringsend.



$$11) \frac{a}{\sqrt[n]{b}} = \frac{a^{\frac{n}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \frac{\sqrt[n]{a^n}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a^n}{b}}$$

$$12) \frac{\sqrt[m]{a}}{b} = \frac{a^{\frac{1}{m}}}{b^{\frac{m}{m}}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b^m}} = \sqrt[m]{\frac{a}{b^m}}$$

Zur Definition 3:

1)  $(a^b)^? a =$  d. f. ist soll der Logarithmus zu  $a^b$  finden, so daß  $a$  mit  $a^b$  potenzirt  $a^b$  giebt, dieser Log: ist  $b$  in  $a^b$  ist.

2)  $a^? (\sqrt[n]{a}) =$  d. f. ist soll der Log: zu  $a$  finden, so daß  $\sqrt[n]{a}$  damit potenzirt  $a$  giebt, dieser Log: ist  $b$  der  $(\sqrt[n]{a})^b = a$ .

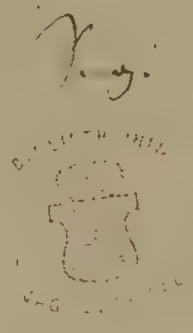
3)  $\sqrt[n]{a^? b} =$  ~~ist gleichbedeutend mit dem Ausdruck  $a^? b$  in dem Logarithmus~~

d. f. ist soll diejenigen Zahl finden, welche mit  $a^? b$  potenzirt  $a$  giebt. Nun weiß man sehr  $a^? b$ , daß  $b$  die Zahl ist, welche mit  $a^? b$  potenzirt  $a$  giebt, mithin ist  $\sqrt[n]{a} = b$ .



4)  $(ab)^? p =$   ~~$\frac{1}{p}$  ist die zu  $ab$  gehörende~~  
~~in der Basis  $p$  Logarithmen ist  $\log_p(ab^? p) = ab$~~

Obwohl das (Merkwürdiges) dieses für mich  
 ein unvollständiges Wissen der Ordnung ist, so  
 wird sich, dass  $ab$  ein Längen  $p$  hat  
 in der  $2^{\text{ten}}$  Potenz, und somit auch  
 in  $p$  der  $p^{\text{ten}}$  Potenz mit  $p$  viel mehr der  
 Logarithme  $(ab^? p)$  vorgeht. Nun  
 ist aber  $ab$  ein Produkt, d. h. es  
 besteht aus zwei Faktoren und somit der  
 Logarithmus aus zwei Faktoren zu dem  
 jeder  $p$  ist. Wesshalb ist  $x$  und  
 $(ab^? p)$  nun immer von  $y + z$   
 wo  $y$  und  $z$  sind, und somit  $p$   
 der eine Faktor  $a$  besteht, oder  
 ein der Logarithmus von  $a$  mit der  
 Basis  $p$ , und  $z$  und  $z$  sind  
 ein anderer  $p$ , d. h. besteht, oder der  
 Logarithmus von  $b$  mit der Basis  $p$  und  
 d. h.  $ab^? p = a^? p + b^? p$









2.

oder die diff. in Folge des Ausdrucks in  
und die Wirkung der Logarithmen  
Bewertung der Operationen und  
Analyse selbst.

Die Analyse des fadenförmigen in einem  
Elementar-Exemplar in der Sprache der  
Begriffenheit in welcher die 4. der  
Exemplare stehen in der Praxis man  
muss die fadenförmigen, Summen  
abzählen, nach der Qualität  
gleichmäßig, nicht, nicht, nicht, nicht,  
und nicht.

Die 0 ist nicht Null, die nicht  
Null, das fadenförmige in der Praxis  
nicht, 0 ist das fadenförmige in  
diff. p-p.

Die +9 und -9 sind keine Zahlen  
an sich selbst und fadenförmig, sondern  
je 9 fadenförmig die fadenförmigen  
der Summe 0+9 oder der diff. 0-9.

Die Analyse ist eine fadenförmige  
zum fadenförmigen, das fadenförmige  
mit fadenförmigen fadenförmigen fadenförmigen  
oder damit ist in der Praxis man  
anzeigt fadenförmig fadenförmig fadenförmig

Die folgende Analysis enthält die 8 letzten  
 Gleichungen zur Anwendung, stellt  
 ihren Zusammenhang zu einander und  
 zu den 4 vorhergehenden und zeigt  
 in der Praxis, Regeln wie man  
 mittelst Gleichw. Sätzen, diff. Br.  
 Potenzen, Binom. u. d. Logarithmen  
 man sich sehr leicht mittelst der  
 folgenden methoden, logarithmisch.

Wie die instrumentale Zeit zur Berechnung  
 wird ist der Rest der Gleichungen.  
 Das diff. a-b multiplicirt und nachfolgend.  
 Formen bekannt mittelst der Zeit 0 und  
 der negativen transponierten Zeit.

Die Formeln zeigen oft ist ein mit 0 die  
 verbundenen können sind Dinge wohl nicht  
 sehr sehr beschränkt und gelten für  
 die Formeln von der vollen. Gleichungen  
 der Potenzen müßte man die Logarithmen  
 der positiven, negativen und der negativen  
 Potenzen, die man einen vollen. Transponiert  
 der vollen. Potenzen a<sup>6</sup> abgeleitet ist.

den. nicht für ganz Polenz. gilt  
betrachtet zu nicht für sich allein  
gallen. sondern geradezu allen  
Paradoxien das Calcul, auf.

Die Differenz Polenz enthält die ganze, die  
Teil, die negative ganze Polenz, in sich, und  
eine diff. Polenz  $a^b = \frac{a^b}{a^b}$

Auf allegermanisches Anzeigt das Polenz  
 $A^b$  würde das sein, wenn  $b = \frac{a-b}{c-d}$  das  
der sind 5 Stellen aufstellend. ganze Zahl,  
9 negative Zahl, gebrochene ganze und  
gebrochene negative Zahl. Als die diff.  
welche eigene gebrochene wird, definieren  
mit jeder Polenz muss.

Ist a eine absolute Zahl so ist  $\sqrt{a}$  eine  
Macht und ganz und nicht nur eine  
derse durch die irrationale Zahlen mag,  
das  $\sqrt{5}$  ist eine völlig bestimmbare  
Macht und das ist ein Beweis ist,  
dass die Zahlen und Natur nicht unendlich  
viele Zustände bestimt.

Die Aufgaben, die ungelöst und ungelöst  
gelöst in eine bestimmbare zu machen  
möglich, zu lösen ist. Das ist die Aufgabe der  
Algebra.



28  
Ein Beweis ist mir wichtig, allen m. B.  
sicheres Beweisen, als Ausgehen  
der Algebra sind die Eigenschaften  
sicher.

Bei der Lösung der quadratischen Glei-  
chungen magst du, ob es zum Aus-  
drucke führt, die minus quad. Gl. ge-  
wand. Das führt dich die quadr. Volla-  
minne auszuführen und die minus  
muss man den absoluten Wert zu denken  
sowohl beide Wurzeln (+) und (-).

Einmal kommt darauf, dass die Gl.  
 $x^2 + a = 0$  nicht aufgelöst werden  
kann. d. h. es ist kein Wurzel geben  
die die Gl. genügt. Dies führt mich  
darauf, den Begriff der quadratischen  
Wurzeln zu verallgemeinern,  
nämlich zu bestimmen, was  $\sqrt{a}$  ist, wenn  
 $a$  selbst möglich ist. Das ist eine  
negative Zahl. Dadurch stellen die  
imaginären Größen vor.

Es mag sein, man will  $b \cdot b = b^2$  nicht  
setzen.  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = (a)$ , das ist nicht  
überzeugend, es sind Faktoren  
mit und darf nicht denken.



29  
 Ein nützliches zu macht bei dividieren.  
 Man ist 3-6. 1 durch 1+x dividirt und  
 zugleich selbst geschwindig dividirt, wobei ich  
 ein praktisches das zu machen in ein anderes  
 ganz gewisses Verfahren will, das dasselbe hat.  
 Auf diesen Begriff gibt man eine neue  
 Beschreibung, das es nicht in der  
 Arithmetik, die dann nur ein gegebenes  
 Beispiel ist. Man kann man diesen  
 in mehreren Fällen will, man das  
 geben. Im praktischen, will man  
 ein zu machen geben, das eine Summe  
 ist nach der bekannten Systeme zu  
 durch, und dadurch wird die Beschreibung  
 leichter. In der gemeinsamen Sprache  
 bezeichnen wird das folgende  
 nicht sein.

Man ist also 1 durch 1+x zu dividieren geben so  
 geht das  $\frac{1}{1+x}$ . In der Quat. kann man  
 nicht anders so zu verstehen die dasselbe  
 bedeutet. Diese Beschreibung ist drohanthaltig.  
 Im praktischen Verfahren will man ganz  
 zu verstehen, die als algebraische Summen  
 werden.



8. Obgleich ich nun  $\frac{1}{1+x}$  in einer Summe der alg.  
progressionalen, stellen ich folgendes  
gleich. nütz.

$$\text{Die allg. form des Quot. } \frac{A}{B} = A + \frac{A-Bx}{B}$$

die Kluftigkeit der alg. progressionalen ist ungleich  
muss ich die Kluft durch B multiplizieren.  
Es ist die allg. Form eines Quotienten  
in einer Summe der progressionalen.

Manchmal findet sich in alg. progressionalen, dass  
auch dieses Ergebnis zum Resultat zu  
den notwendigen Summen führt, die ich  
dann Quot.  $\frac{A}{B} = \text{find.}$  indem ich  
A inwendig vertheile und aufsumme  
kann. die Annahme wird in n. steht  
A die Folge der Summe der progressionalen  
dann wird dieses gleich das gemeinsame  
Dividiren.

Manche mit diesem Ergebnis auch in  
Bewertung  $\frac{1}{1+x}$  in einer Summe der progressionalen.  
Daher. Auch A kann in vertheilung  
aufsumme ich aufsumme 1. das find. aufford  
muss ich so wird

9.

$$\frac{1}{1+z} = 1 + \frac{1-(1+z)}{1+z}$$

$$\frac{1-(1+z)}{1+z} = -\frac{z}{1+z} \text{ also } \frac{1}{1+z} = 1 - \frac{z}{1+z}$$

$$\frac{z}{1+z} = z + \frac{z-(1+z)z}{1+z} = z + \frac{z^2}{1+z}$$

$$\text{also } \frac{1}{1+z} = 1 - z + \frac{z^2}{1+z}$$

Man sieht so leichtsinnig, daß man  
mit unendlichen Summen von mehr Summen  
zu einer unendlichen Summe, nämlich

$$\frac{1}{1+z} = 1 - z + z^2 - z^3 + z^4 - z^5 + \dots$$

So sagt das Ding nicht, ist unendlich  
summiert mit so und, wie man das schon  
widersteht, ist die Aussage falsch, daß ist nur  
immer mehr neuen Summen beibehalten  
kann. So ist unendliche Reihe, und man  
bedenkt, daß solche zu wissen, was nicht  
man ist mit dem Einzelnen drehbar ist.  
Das ist keine große wissenschaftliche Aussage  
zu summieren, sondern, was man  
genügt, Aussage zu Summen müßten  
mit dem sein.





also ob  $\frac{1}{2} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 \dots$  <sup>10.</sup>

Das wird Kummer'sche Reihe, und das  
angezeigt, daß man noch 2, 1  
gibt.

also ob  $\frac{1}{3} = 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 \dots$  <sup>man</sup>

noch 2, 1 gegeben man 2 = 2 ist.

Die Aufgabe ist auf diese Weise auf die  
gewöhnliche Reihe zurückgeführt, welche man  
als bekannt hat, und die das selbe Resultat  
ergibt. z.B.  $\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \left(\frac{1}{1+1}\right) = \frac{1}{2}$   
 $= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{1+2} = \frac{1}{3} = 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - \frac{128}{1+2} =$  <sup>die Reihe</sup>  $85 - \frac{128}{3} = 42 + 42 + \frac{2}{3}$   
<sup>die Regel.</sup>  $= 84 + \frac{2}{3}$

Es sei nun  $\frac{1}{1+b}$  zu multiplizieren mit der  
Reihe  $1 + b + b^2 + b^3 + \dots$

Multipliziert man  $(1+b)$  mit der Reihe, so  
kann man auf folgende Weise  
verfahren: Man ist mit  $(1+b)$  aus  
gehend zu multiplizieren. Diese Reihe ist  
nun in der Form zu schreiben.

$$\begin{array}{r} 1+b \\ 1+b \\ \hline b+b^2+1+b = 1+2b+b^2 \\ 1+b \\ \hline 1+3b+3b^2+b^3 \\ 1+b \\ \hline b+3b^2+3b^3+b^4 \\ 1+3b+3b^2+b^3 \\ \hline 1+4b+6b^2+4b^3+b^4 \end{array}$$

u. s. f.

Denke ich mir  $(1+b)$   $x$  mal nicht nur and  
multipl., unter  $x$  mein absol. Zahl  
gedenkt, den mir solche gibt an  
hin, so bekommt ich folgenden Rest

$$(1+b)^x = 1 + x.b + \frac{x(x-1)}{2}.b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2.3}.b^3 + \\ + \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{2.3.4}.b^4 + \dots$$

bis ich zu einem Gliede kam, wo  
meine  $b^x$  vorkommt.

Ob die Gl. für  $x$  gilt, wenn  $x$  irgend  
welches ist, müßten wir wissen. Die Gl.  
muß nun  $x$  absolut ganz sein.  
Es ist das binom. Holz.

Will ich wissen ob  $(1+b)^y$  dasselbe  
gibt mit  $y = -x$ . Zu diesem  
Zweck ist  $(1+b)^y = \frac{1}{(1+b)^x} = \frac{1}{\text{dieser Rest}}$

die Div. gewinnst, wenn man bei einem  
Glieder übergibt, und das letzte Glied  
nicht aufnimmt; bekommt man:

$$(1+b)^y = 1 + y.b + \frac{y(y-1)}{2}.b^2 + \frac{y(y-1)(y-2)}{2.3}.b^3 + \dots$$

so ist ersichtlich, daß dies dasselbe ist  
zu mir ich will daher das letzte Glied

mit einem  $y = -x$  13.  
Denn alle Kurven  $y = -x$  in der  
Ebene, die durch den Ursprung  
gehen, sind Geraden, die  
sich durch den Ursprung  
ziehen, und sind  
sich selbst ähnlich.

Calo

1. Ist  $x$  positiv, so ist  $y$  negativ  
oder negativ, so ist  $y$  positiv  
oder positiv, so ist  $y$  negativ.  
Denn  $y = -x$  ist  
eine Gerade, die durch den  
Ursprung geht, und ist  
sich selbst ähnlich.  
Ist  $x$  negativ, so ist  $y$  positiv  
oder positiv, so ist  $y$  negativ.  
Denn  $y = -x$  ist  
eine Gerade, die durch den  
Ursprung geht, und ist  
sich selbst ähnlich.

2. Ist  $x$  negativ, so ist  $y$  positiv  
oder positiv, so ist  $y$  negativ.  
Denn  $y = -x$  ist  
eine Gerade, die durch den  
Ursprung geht, und ist  
sich selbst ähnlich.  
Ist  $x$  positiv, so ist  $y$  negativ  
oder negativ, so ist  $y$  positiv.  
Denn  $y = -x$  ist  
eine Gerade, die durch den  
Ursprung geht, und ist  
sich selbst ähnlich.



14 mitzudenken sein muss.

3) In der Annahme, dass die  
 letzten Glieder überzulaufen, wobei  
 das Glied  $m$  immer vorkommt, so  
 wird gemerkt sein muss, dass  
 das letzte Glied, welches nach  $m$   
 noch kleiner ist, bei der Division  
 nur ein Rest bleibt, als wenn  $m$  und  $n$   
 unvollkommen auf einander aufgeteilt werden  
 könnten.

4.) Auch das Polynom  $(1+b)^y$ , wenn  $y = -x$   
 möglich ist, kann man in der  
 bin. aus  $(1+b)^x$  entwickeln und  
 den Rest mind., dann:

$$(1+b)^y = \frac{1}{(1+b)^x} \quad (\text{wenn } y = -x) \text{ und}$$

$$\frac{1}{(1+b)^x} \text{ man ist die Entwicklung gewissermaßen}$$

$$\text{gleich } 1 + (-xb) + \frac{(-x)(-x-1)}{2} b^2 + \frac{(-x)(-x-1)(-x-2)}{2 \cdot 3} b^3$$

$$\text{also} = 1 + yb + \frac{y(y-1)}{2} b^2 + \frac{y(y-1)(y-2)}{2 \cdot 3} b^3$$

u. s. f. in ydenkenden dann.

Working. 4. 10. 15.

$$1 + \frac{1}{1} \mid 1 - x + x^2 - \dots$$

$$\frac{-x}{1+x}$$

$$\frac{-x^2}{1+x}$$

$$\frac{30}{5} = 8 + \frac{20-40}{5}$$

$$1 + \frac{1}{1} \mid 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$

$$\frac{-1}{1+x}$$

$$\frac{-1-x}{1+x}$$

$$1 - 1 + 1 - 1 + \frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - \frac{x^3}{1+x}$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots = \frac{1}{1+x}$$

$$1 + 4b + 6b^2 + 6b^3 + b^4$$

$$1 + b$$

$$1 + b$$

$$1 + b$$

$$1 + b$$

$$1 + b$$

$$1 + b$$

$$1 + b$$

$$1 + b$$

$$1 + b$$

$$1 + b$$

$$1 + b$$

$$1 + b$$

$$1 + b$$

$$1 + b$$





Man fann aber auch die Folge der  $F$   
 Potenzen leicht wieder ableiten  $a^{m-1}$

Setzt man  $a^{m-1}$  gleich  $a^{m-1}$  und  
 b in die Formel, so erhält man die

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (m-2)(m-1)m}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (m-2)(m-1)} = m$$

2)  $a^{m-2}$  1<sup>te</sup> in der Formel

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (m-2)(m-1)m}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (m-2) \cdot 1 \cdot 2} = \frac{m(m-1)}{2}$$

3)  $a^{m-3}$  1<sup>te</sup> in der Formel

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (m-2)(m-1)(m-2)m}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (m-3) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

4) 1<sup>te</sup> in der Formel

$$(1+b)^x = 1 + xb + \frac{x(x-1)}{2} b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3} b^3 + \cdots b^x$$

Setzt man  $x = m$  und  $a = 1$ , so erhält man

$$(1+b)^m = 1 + mb + \frac{m(m-1)}{2} b^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{2 \cdot 3} b^3 + \cdots b^m$$

13. Für  $y = -x$  gilt:

$$(1+b)^y = (1+b)^{-x} = \frac{1}{(1+b)^x} =$$

$$= \frac{1}{1 + xb + \frac{x(x-1)}{2}b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 2}b^3 + \dots b^k}$$

$$\frac{1 + xb + \frac{x(x-1)}{2}b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 2}b^3 + \dots b^x}{1 + xb + \frac{x(x-1)}{2}b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 2}b^3 + \dots b^x}$$

$$= \frac{1 - xb}{1 + xb + \frac{x(x-1)}{2}b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 2}b^3 + \dots b^x}$$

$$= \frac{1 - xb}{1 + xb + \frac{x(x-1)}{2}b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 2}b^3 + \dots b^x}$$

$$= \frac{1 - xb}{1 + xb + \frac{x(x-1)}{2}b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 2}b^3 + \dots b^x}$$

$$= \frac{1 - xb}{1 + xb + \frac{x(x-1)}{2}b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 2}b^3 + \dots b^x}$$

Das ist  $-x$ .  
 Es gilt:  $y = -x$ .

$\frac{A}{b} = \frac{1}{1+x} + \frac{x(x-1)b^2 + \dots}{1+x} = \frac{A}{b} = \frac{A-102}{b}$   
 (Satz 1)

$$Q = \frac{1}{1+x} + \frac{1-x}{1+x} = \frac{1-x}{1+x}$$

$$P = \frac{1}{1+x} + \frac{1-x}{1+x} = \frac{1-x}{1+x}$$

$$1+x + \frac{x(x-1)}{1+x} = 1+x$$

(Satz 2)

$$1+x + \frac{x(x-1)}{1+x} = 1+x$$

$$1+x + \frac{x(x-1)}{1+x} = 1+x$$

$$(1-x) \left( \frac{-x}{1+x} - \frac{x(x-1)}{1+x} \right) = \frac{-x}{1+x}$$

$$\frac{x(x-1)}{1+x} + \left( \frac{-x}{1+x} - \frac{x(x-1)}{1+x} \right) = \frac{-x}{1+x}$$



Die Funktion wird durch diesen  
ist sehr unangenehm. Das ist aber

$$\frac{1}{(1+b)^x} = 1 - xb - \frac{x(-x-1)}{2} b^2 - \frac{x(-x-1)(-x-2)}{3} b^3$$

man erhält für jeden Wert von  $x$   
mit  $x=1$  folgen. Das ist

$$\frac{1}{(1+b)^x} = \frac{1}{1+b} = 1 - b + b^2 - b^3 + b^4$$

$$\text{multipliziert mit } 1 - xb - \frac{x(-x-1)}{2} b^2$$

man erhält sofort mit  $x=1$  folgt

$$1 - xb = -b$$

$$\frac{-x(-x-1)}{2} b^2 = \frac{-1(-2)}{2} b^2 = -1(-1) b^2 = b^2$$

$$\frac{-x(-x-1)(-x-2)}{3} b^3 = \frac{-1(-2)(-3)}{3} b^3 = -1(6) b^3 = -b^3$$

in f. f.

Denn es ist die 4. Eigenschaft der 4 Operationen 2.  
 $a+b$ ,  $a-b$ ,  $ab$ ,  $\frac{a}{b}$  sind ganz bestimmt  
 der Ausdruck  $c$  mit jedem der 4 Ausdr.  
 verknüpft mit einem Ausdr., so erhalten wir  
 es ist notwendig unendlich viele Ausdr., wie man  
 man auf  $c$  mit  $a+b$ , oder mit  $a-b$   
 drückt, und die Quotienten  $\frac{c}{a+b}$  und  $\frac{c}{a-b}$   
 in eine Summe verwandelt man  
 für diesen Zweck, und setzen unendlich viele  
 soll es  $\frac{a}{b}$  in eine Summe verwandelt  
 so muss  $\frac{a}{b} = x + \frac{z}{b}$  sein, diese Gl. ident.  
 gleich gemacht, grüßte  $x$ ,  $\frac{A-bx}{b}$  also  
 und  $\frac{a}{b} = x + \frac{A-bx}{b}$ , multipl. man  
 denselbe Gl. mit  $b$ . Weil die Gl.

$$\frac{A}{b} = x + \frac{z}{b} \text{ in}$$

$$A = bx + bz \text{ diese in}$$

$$A - bx = bz \text{ diese in}$$

$$\frac{A - bx}{b} = z \text{ verwandelt}$$

man identisch man die letzten ident.  
 man, und diese man id. folgendes  
 steht  $z$ ,  $\frac{A - bx}{b}$  folgt.

22. Beweis  $\frac{c}{a+b}$  in Summe zerlegt.  
 $\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} + \frac{c - \frac{c}{a}a+b}{a+b}$  ist dem  $\frac{c}{a} + \frac{-bc}{a+b}$

$= \frac{c}{a} + \frac{ac - ac + bc}{a+b}$  folgt  $\frac{-bc}{a+b}$  in Summe zerlegt zu nehmen.

$= \frac{c}{a} + \frac{-bc}{a+b}$   $\frac{-bc}{a^2}$  genommen gibt  $\frac{-bc}{a^2} + \frac{bc}{a^2}$  das

substituiert gibt  $\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} + \frac{(-bc)}{a^2} + \frac{bc}{a^2}$

Ist könnte es etwas leichter machen

$\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} \cdot \frac{1}{1+\frac{b}{a}}$  und angewandt

$\frac{1}{1+z}$  nach der Form:  $\frac{1}{1+z} = 1 - z + z^2 - z^3 + \dots$   
 $\dots \pm z^n + \frac{z^{n+1}}{1+z}$

und setzen  $z = \frac{b}{a}$  ein

$\frac{1}{1+\frac{b}{a}} = 1 - \frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2} - \frac{b^3}{a^3} + \frac{b^4}{a^4} - \dots$

einsetzt in die Gleichung



$$\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} \cdot \frac{1}{1+\frac{b}{a}} \text{ substituirt geht } 23.$$

$$\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} - \frac{bc}{a^2} + \frac{cb^2}{a^3} - \frac{cb^3}{a^4} + \frac{cb^4}{a^5} - \dots$$

man muß die Reihe bei diesem Grade  
abbrechen wollen

Man kann dieses annehmen, um den  
Begriff der Summe = Aufsumme zu fassen.  
man sich vorstellen, daß die Reihe nicht  
unendlich ist, daß es die Summe einer  
Endreihe ist.

Division ist nicht dasselbe wie die  
Summe, es giebt Summen, die nicht  
unendlich sind, sondern endlich, d. h.  
abgeschlossen.

Division ist das Umgekehrte von  
Multiplikation z. B.

$$1 + xb + \frac{x(x-1)}{2} b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3} b^3 + \dots \text{ ist } x \text{ fest}$$

bei der Blinden und es wird nicht  
x absolut ist. Die Faktoren sind

$$1 + (-x)b + \frac{(-x)(-x-1)}{2} b^2 + \frac{(-x)(-x-1)(-x-2)}{2 \cdot 3} b^3 + \dots$$

und es ist ein negatives  
Blind sein



24. Man setze nun, wenn man sich ein  
gibt, in dem Falle die  $x$ , die  
man sich einstellt, diesen  
falls geben.

Die Reihe obigen Ausdruck ist  
 $(1+b)^x$  der Quotient  $= \frac{1}{(1+b)^x}$  und das ist  $= (1+b)^{-x}$ , welches  
ist  $(1+b)^{-x}$  gleich das man einstellt  
Reihe, das ist das hier: Nach der  
negativen Expon.

## II. Entwicklung

$$\frac{x(x-1)(x-2)}{3!} b^3$$

Es gilt also  $(1+b)^x = 1 + xb + \frac{x(x-1)}{2} b^2 + \dots$

Man setze  $x=0$   
 dann ist  $(1+b)^0 = 1$   
 und man bekommt  
 in der Reihe  $x=0$  alle  
 Glieder  
 = 0 und man muss  $x=0$  setzen.

für  $x$ , man  $x$  ist ganz  
 ist kein man die "multifl" gewöhnlich  
 und bekommt

$$(1+b)^x = 1 + xb + \left(\frac{x^2-x}{2}\right) b^2 + \left(\frac{x^3-3x^2+x}{6}\right) b^3 + \dots$$

unsern wir überall  
 die mit  $x$  multifl, so bekommt man

$$(1+b)^x = 1 + \left| \begin{array}{l} b \\ -\frac{1}{2}b^2 \\ +\frac{1}{6}b^3 \\ -\frac{1}{24}b^4 \\ \vdots \end{array} \right| x$$

Das in jedem von  
 nachher in der Reihe  
 mit unendlichen

Quint ohne diese Quotienten ist also 2. B.  
Abstandes zwischen den mit  $x^2$  affizient  
sind, die mit  $x^3$  affizient sind u. s. f.  
so dass es folgendes vorstell.

$$(1+b)^x = 1 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + A_4 x^4 \dots$$

und eine Reihe der nach Potenzen  
von  $x$  geordnet, ist ungerade  
in eine, die nach Potenzen von  $x$  geordnet  
mit der Coeff. jedes einzelnen Ausdrucks  
sind, die nach Potenzen von  $x$  geordnet.

Das ist ein Beispiel  
dass die Coeff. in der  
Reihe der 2. B. nicht  
mit den Coeff. in der  
ersten übereinstimmen.

So wie in der Coeff. Reihe oberricht  
kann das folgende gleich dazu. Ist der Ausdruck  
für (1+b) durch a gegeben. So wird

$$(1+b)^a = 1 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 \dots$$

so in der Coeff. Reihe  $a-1$  zu setzen  
ist und so mindern die Ausdrucks  
nach Potenzen von  $(a-1)$  lauten.

Folgt daraus die Coeff. zu bestimmen.  
Der Coeff.  $A_1$  lässt sich leicht bestimmen und wenn man  
mit  $a-1$  in der Reihe beginnt und mit  $a$  in der  
ersten Reihe beginnt, so wird man  
an  $A_1$  angekommen, nach dem Coeff.



26. Die oben betrachteten Potenzen sind  
abhängig sind.

Wir setzen die Zahl  $x$  eine  
diff. ganz Zahl = 1.

Nun ist  $x = y$ . so bekommen wir

$$a^y = 1 + A_1 y + A_2 y^2 + \dots \text{die Coeff.}$$

bestimmen sich, weil die  $x$  und  
abhängig sind.

Nun ist gesetzt  $x = x + y$ , so bekommen

$$\text{ist } a^{x+y} = 1 + A_1(x+y) + A_2(x+y)^2 + \dots$$

$$\text{Man kann setzen } a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

Nun ist nun gesetzt  $a^x, a^y, a^{x+y}$ ,

die unendliche Ansätze, so notwendig

ist der Satz der Potenz: in einem

Satz: Die unendliche Reihe, man kann

genau mit. Das man ist der die Reihe

von  $a^x$  und  $a^y$  mit einander multipliziert

und für noch Potenzen zu  $x$  und  $y$

bestimmt für Coeff. mittelst der

nachfolgende zu zeigen, und nicht sein. Ist  
 verstanden, und man ist die Reihe für  
 $a^{x+y}$  nicht dieselbe, weil sodann, so  
 müssten die zwei Reihen = sein, und  
 die beiden nach Potenzen v.  $x$  geordnet  
 sein, so müssten ihre Coeff. übereinstimmen.  
 Der Reihe nach gleich sein. und ist  
 der Coeff. nicht die zu dem unmittelbar vorher  
 gleichungsmäßig zu setzen, und die Coeff. letzten  
 ist die zu dem letzten.

$$\text{und so man hat } A_2 = \frac{(A_1)^2}{1 \cdot 2} \quad \left| \quad A_3 = \frac{(A_1)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \right.$$

$$A_4 = \frac{(A_1)^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \text{ in f. f. C. die Reihe mit Hülfe der$$

$$\text{gleichung dieser die Gl. } a^x = 1 + A_1 x + \frac{A_1^2 x^2}{2!} + \frac{A_1^3 x^3}{3!} + \frac{A_1^4 x^4}{4!} + \dots$$

$$\text{man hat } (a-1) = \frac{1}{2}(a-1)^2 + \frac{1}{3}(a-1)^3 - \frac{1}{4}(a-1)^4 + \dots$$

man kann sich ein Logarithmen-System, das  
 mit einem Constanten, ist, zu denken ist.

$A_1$  ist der Logarithmus von  $a$  selbst, d. h.  $A$   
 ist eine Function von  $a$ . Aber so kann  
 man zeigen, dass  $a$  ist eine Function von  $A$ , muss nicht sein.  
 Das die selbst Logarithmen ist nicht richtig:  
 die. Ist keine neue, dass  $a$  gegeben ist, muss gegeben  
 sein, dass man  $A$  herausfinden, und umgekehrt.

# Entwicklung zur II. Leistung.

Bei der Behandlung des Luftschiffes  
mit dem durch das Luftschiff  
gebildeten Luftschiff  
müssen die beiden Luftschiffe  
nicht nur untereinander, sondern auch  
bei der

Entwicklung der Luft

$$(1+b)^{-4} = 1 - 4b - \frac{4(-4-1)}{2} b^2 - \frac{4(-4-2)}{2 \cdot 3} b^3 - \frac{4(-4-3)}{2 \cdot 3 \cdot 4} b^4 - \frac{4(-4-4)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} b^5$$

$$= 1 - 4b + \frac{20}{2} b^2 + \frac{24}{3 \cdot 3} b^3 + \frac{24}{24} b^4 + \frac{32}{120} b^5$$

Die Entwicklung der Luftschiffe  
müssen die Luftschiffe  
mit dem Luftschiff  
nicht nur untereinander, sondern auch  
bei der

$$(1+b)^{-4} = 1 - 4b - \frac{4(-4-1)}{2} b^2 - \frac{4(-4-1)(-4-2)}{2 \cdot 3} b^3$$

$$- \frac{4(-4-1)(-4-2)(-4-3)}{2 \cdot 3 \cdot 4} b^4 - \frac{4(-4-1)(-4-2)(-4-3)(-4-4)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} b^5$$

$$= 1 - 4b + 10b^2 - 20b^3 + 35b^4 - 56b^5 +$$

Die Luftschiffe  
müssen die Luftschiffe  
mit dem Luftschiff  
nicht nur untereinander, sondern auch  
bei der



man schreibe die Vielfachigkeit nicht 29.  
 Supplement gefunden, es ist nun die Lösung  
 man schreibe sich nur die gegebenen  
 Klümpen gefunden!

$$(1+b)^x = 1 + xb + \frac{x(x-1)}{2} b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3} b^3 + \dots$$

hier braucht das Supplement nicht sein  
 weil man das schon hat, und  
 die gefunden 0 sind also auch in

~~$$(1+b)^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots$$~~

~~Man hat die gefunden so wie sich nicht  
 mit den Coeff. der Pot.  $x^2$   $x^3$   $x^4$   $x^5$   $x^6$   $x^7$   $x^8$   $x^9$   $x^{10}$   $x^{11}$   $x^{12}$   $x^{13}$   $x^{14}$   $x^{15}$   $x^{16}$   $x^{17}$   $x^{18}$   $x^{19}$   $x^{20}$   $x^{21}$   $x^{22}$   $x^{23}$   $x^{24}$   $x^{25}$   $x^{26}$   $x^{27}$   $x^{28}$   $x^{29}$   $x^{30}$   $x^{31}$   $x^{32}$   $x^{33}$   $x^{34}$   $x^{35}$   $x^{36}$   $x^{37}$   $x^{38}$   $x^{39}$   $x^{40}$   $x^{41}$   $x^{42}$   $x^{43}$   $x^{44}$   $x^{45}$   $x^{46}$   $x^{47}$   $x^{48}$   $x^{49}$   $x^{50}$   $x^{51}$   $x^{52}$   $x^{53}$   $x^{54}$   $x^{55}$   $x^{56}$   $x^{57}$   $x^{58}$   $x^{59}$   $x^{60}$   $x^{61}$   $x^{62}$   $x^{63}$   $x^{64}$   $x^{65}$   $x^{66}$   $x^{67}$   $x^{68}$   $x^{69}$   $x^{70}$   $x^{71}$   $x^{72}$   $x^{73}$   $x^{74}$   $x^{75}$   $x^{76}$   $x^{77}$   $x^{78}$   $x^{79}$   $x^{80}$   $x^{81}$   $x^{82}$   $x^{83}$   $x^{84}$   $x^{85}$   $x^{86}$   $x^{87}$   $x^{88}$   $x^{89}$   $x^{90}$   $x^{91}$   $x^{92}$   $x^{93}$   $x^{94}$   $x^{95}$   $x^{96}$   $x^{97}$   $x^{98}$   $x^{99}$   $x^{100}$   $x^{101}$   $x^{102}$   $x^{103}$   $x^{104}$   $x^{105}$   $x^{106}$   $x^{107}$   $x^{108}$   $x^{109}$   $x^{110}$   $x^{111}$   $x^{112}$   $x^{113}$   $x^{114}$   $x^{115}$   $x^{116}$   $x^{117}$   $x^{118}$   $x^{119}$   $x^{120}$   $x^{121}$   $x^{122}$   $x^{123}$   $x^{124}$   $x^{125}$   $x^{126}$   $x^{127}$   $x^{128}$   $x^{129}$   $x^{130}$   $x^{131}$   $x^{132}$   $x^{133}$   $x^{134}$   $x^{135}$   $x^{136}$   $x^{137}$   $x^{138}$   $x^{139}$   $x^{140}$   $x^{141}$   $x^{142}$   $x^{143}$   $x^{144}$   $x^{145}$   $x^{146}$   $x^{147}$   $x^{148}$   $x^{149}$   $x^{150}$   $x^{151}$   $x^{152}$   $x^{153}$   $x^{154}$   $x^{155}$   $x^{156}$   $x^{157}$   $x^{158}$   $x^{159}$   $x^{160}$   $x^{161}$   $x^{162}$   $x^{163}$   $x^{164}$   $x^{165}$   $x^{166}$   $x^{167}$   $x^{168}$   $x^{169}$   $x^{170}$   $x^{171}$   $x^{172}$   $x^{173}$   $x^{174}$   $x^{175}$   $x^{176}$   $x^{177}$   $x^{178}$   $x^{179}$   $x^{180}$   $x^{181}$   $x^{182}$   $x^{183}$   $x^{184}$   $x^{185}$   $x^{186}$   $x^{187}$   $x^{188}$   $x^{189}$   $x^{190}$   $x^{191}$   $x^{192}$   $x^{193}$   $x^{194}$   $x^{195}$   $x^{196}$   $x^{197}$   $x^{198}$   $x^{199}$   $x^{200}$   $x^{201}$   $x^{202}$   $x^{203}$   $x^{204}$   $x^{205}$   $x^{206}$   $x^{207}$   $x^{208}$   $x^{209}$   $x^{210}$   $x^{211}$   $x^{212}$   $x^{213}$   $x^{214}$   $x^{215}$   $x^{216}$   $x^{217}$   $x^{218}$   $x^{219}$   $x^{220}$   $x^{221}$   $x^{222}$   $x^{223}$   $x^{224}$   $x^{225}$   $x^{226}$   $x^{227}$   $x^{228}$   $x^{229}$   $x^{230}$   $x^{231}$   $x^{232}$   $x^{233}$   $x^{234}$   $x^{235}$   $x^{236}$   $x^{237}$   $x^{238}$   $x^{239}$   $x^{240}$   $x^{241}$   $x^{242}$   $x^{243}$   $x^{244}$   $x^{245}$   $x^{246}$   $x^{247}$   $x^{248}$   $x^{249}$   $x^{250}$   $x^{251}$   $x^{252}$   $x^{253}$   $x^{254}$   $x^{255}$   $x^{256}$   $x^{257}$   $x^{258}$   $x^{259}$   $x^{260}$   $x^{261}$   $x^{262}$   $x^{263}$   $x^{264}$   $x^{265}$   $x^{266}$   $x^{267}$   $x^{268}$   $x^{269}$   $x^{270}$   $x^{271}$   $x^{272}$   $x^{273}$   $x^{274}$   $x^{275}$   $x^{276}$   $x^{277}$   $x^{278}$   $x^{279}$   $x^{280}$   $x^{281}$   $x^{282}$   $x^{283}$   $x^{284}$   $x^{285}$   $x^{286}$   $x^{287}$   $x^{288}$   $x^{289}$   $x^{290}$   $x^{291}$   $x^{292}$   $x^{293}$   $x^{294}$   $x^{295}$   $x^{296}$   $x^{297}$   $x^{298}$   $x^{299}$   $x^{300}$   $x^{301}$   $x^{302}$   $x^{303}$   $x^{304}$   $x^{305}$   $x^{306}$   $x^{307}$   $x^{308}$   $x^{309}$   $x^{310}$   $x^{311}$   $x^{312}$   $x^{313}$   $x^{314}$   $x^{315}$   $x^{316}$   $x^{317}$   $x^{318}$   $x^{319}$   $x^{320}$   $x^{321}$   $x^{322}$   $x^{323}$   $x^{324}$   $x^{325}$   $x^{326}$   $x^{327}$   $x^{328}$   $x^{329}$   $x^{330}$   $x^{331}$   $x^{332}$   $x^{333}$   $x^{334}$   $x^{335}$   $x^{336}$   $x^{337}$   $x^{338}$   $x^{339}$   $x^{340}$   $x^{341}$   $x^{342}$   $x^{343}$   $x^{344}$   $x^{345}$   $x^{346}$   $x^{347}$   $x^{348}$   $x^{349}$   $x^{350}$   $x^{351}$   $x^{352}$   $x^{353}$   $x^{354}$   $x^{355}$   $x^{356}$   $x^{357}$   $x^{358}$   $x^{359}$   $x^{360}$   $x^{361}$   $x^{362}$   $x^{363}$   $x^{364}$   $x^{365}$   $x^{366}$   $x^{367}$   $x^{368}$   $x^{369}$   $x^{370}$   $x^{371}$   $x^{372}$   $x^{373}$   $x^{374}$   $x^{375}$   $x^{376}$   $x^{377}$   $x^{378}$   $x^{379}$   $x^{380}$   $x^{381}$   $x^{382}$   $x^{383}$   $x^{384}$   $x^{385}$   $x^{386}$   $x^{387}$   $x^{388}$   $x^{389}$   $x^{390}$   $x^{391}$   $x^{392}$   $x^{393}$   $x^{394}$   $x^{395}$   $x^{396}$   $x^{397}$   $x^{398}$   $x^{399}$   $x^{400}$   $x^{401}$   $x^{402}$   $x^{403}$   $x^{404}$   $x^{405}$   $x^{406}$   $x^{407}$   $x^{408}$   $x^{409}$   $x^{410}$   $x^{411}$   $x^{412}$   $x^{413}$   $x^{414}$   $x^{415}$   $x^{416}$   $x^{417}$   $x^{418}$   $x^{419}$   $x^{420}$   $x^{421}$   $x^{422}$   $x^{423}$   $x^{424}$   $x^{425}$   $x^{426}$   $x^{427}$   $x^{428}$   $x^{429}$   $x^{430}$   $x^{431}$   $x^{432}$   $x^{433}$   $x^{434}$   $x^{435}$   $x^{436}$   $x^{437}$   $x^{438}$   $x^{439}$   $x^{440}$   $x^{441}$   $x^{442}$   $x^{443}$   $x^{444}$   $x^{445}$   $x^{446}$   $x^{447}$   $x^{448}$   $x^{449}$   $x^{450}$   $x^{451}$   $x^{452}$   $x^{453}$   $x^{454}$   $x^{455}$   $x^{456}$   $x^{457}$   $x^{458}$   $x^{459}$   $x^{460}$   $x^{461}$   $x^{462}$   $x^{463}$   $x^{464}$   $x^{465}$   $x^{466}$   $x^{467}$   $x^{468}$   $x^{469}$   $x^{470}$   $x^{471}$   $x^{472}$   $x^{473}$   $x^{474}$   $x^{475}$   $x^{476}$   $x^{477}$   $x^{478}$   $x^{479}$   $x^{480}$   $x^{481}$   $x^{482}$   $x^{483}$   $x^{484}$   $x^{485}$   $x^{486}$   $x^{487}$   $x^{488}$   $x^{489}$   $x^{490}$   $x^{491}$   $x^{492}$   $x^{493}$   $x^{494}$   $x^{495}$   $x^{496}$   $x^{497}$   $x^{498}$   $x^{499}$   $x^{500}$   $x^{501}$   $x^{502}$   $x^{503}$   $x^{504}$   $x^{505}$   $x^{506}$   $x^{507}$   $x^{508}$   $x^{509}$   $x^{510}$   $x^{511}$   $x^{512}$   $x^{513}$   $x^{514}$   $x^{515}$   $x^{516}$   $x^{517}$   $x^{518}$   $x^{519}$   $x^{520}$   $x^{521}$   $x^{522}$   $x^{523}$   $x^{524}$   $x^{525}$   $x^{526}$   $x^{527}$   $x^{528}$   $x^{529}$   $x^{530}$   $x^{531}$   $x^{532}$   $x^{533}$   $x^{534}$   $x^{535}$   $x^{536}$   $x^{537}$   $x^{538}$   $x^{539}$   $x^{540}$   $x^{541}$   $x^{542}$   $x^{543}$   $x^{544}$   $x^{545}$   $x^{546}$   $x^{547}$   $x^{548}$   $x^{549}$   $x^{550}$   $x^{551}$   $x^{552}$   $x^{553}$   $x^{554}$   $x^{555}$   $x^{556}$   $x^{557}$   $x^{558}$   $x^{559}$   $x^{560}$   $x^{561}$   $x^{562}$   $x^{563}$   $x^{564}$   $x^{565}$   $x^{566}$   $x^{567}$   $x^{568}$   $x^{569}$   $x^{570}$   $x^{571}$   $x^{572}$   $x^{573}$   $x^{574}$   $x^{575}$   $x^{576}$   $x^{577}$   $x^{578}$   $x^{579}$   $x^{580}$   $x^{581}$   $x^{582}$   $x^{583}$   $x^{584}$   $x^{585}$   $x^{586}$   $x^{587}$   $x^{588}$   $x^{589}$   $x^{590}$   $x^{591}$   $x^{592}$   $x^{593}$   $x^{594}$   $x^{595}$   $x^{596}$   $x^{597}$   $x^{598}$   $x^{599}$   $x^{600}$   $x^{601}$   $x^{602}$   $x^{603}$   $x^{604}$   $x^{605}$   $x^{606}$   $x^{607}$   $x^{608}$   $x^{609}$   $x^{610}$   $x^{611}$   $x^{612}$   $x^{613}$   $x^{614}$   $x^{615}$   $x^{616}$   $x^{617}$   $x^{618}$   $x^{619}$   $x^{620}$   $x^{621}$   $x^{622}$   $x^{623}$   $x^{624}$   $x^{625}$   $x^{626}$   $x^{627}$   $x^{628}$   $x^{629}$   $x^{630}$   $x^{631}$   $x^{632}$   $x^{633}$   $x^{634}$   $x^{635}$   $x^{636}$   $x^{637}$   $x^{638}$   $x^{639}$   $x^{640}$   $x^{641}$   $x^{642}$   $x^{643}$   $x^{644}$   $x^{645}$   $x^{646}$   $x^{647}$   $x^{648}$   $x^{649}$   $x^{650}$   $x^{651}$   $x^{652}$   $x^{653}$   $x^{654}$   $x^{655}$   $x^{656}$   $x^{657}$   $x^{658}$   $x^{659}$   $x^{660}$   $x^{661}$   $x^{662}$   $x^{663}$   $x^{664}$   $x^{665}$   $x^{666}$   $x^{667}$   $x^{668}$   $x^{669}$   $x^{670}$   $x^{671}$   $x^{672}$   $x^{673}$   $x^{674}$   $x^{675}$   $x^{676}$   $x^{677}$   $x^{678}$   $x^{679}$   $x^{680}$   $x^{681}$   $x^{682}$   $x^{683}$   $x^{684}$   $x^{685}$   $x^{686}$   $x^{687}$   $x^{688}$   $x^{689}$   $x^{690}$   $x^{691}$   $x^{692}$   $x^{693}$   $x^{694}$   $x^{695}$   $x^{696}$   $x^{697}$   $x^{698}$   $x^{699}$   $x^{700}$   $x^{701}$   $x^{702}$   $x^{703}$   $x^{704}$   $x^{705}$   $x^{706}$   $x^{707}$   $x^{708}$   $x^{709}$   $x^{710}$   $x^{711}$   $x^{712}$   $x^{713}$   $x^{714}$   $x^{715}$   $x^{716}$   $x^{717}$   $x^{718}$   $x^{719}$   $x^{720}$   $x^{721}$   $x^{722}$   $x^{723}$   $x^{724}$   $x^{725}$   $x^{726}$   $x^{727}$   $x^{728}$   $x^{729}$   $x^{730}$   $x^{731}$   $x^{732}$   $x^{733}$   $x^{734}$   $x^{735}$   $x^{736}$   $x^{737}$   $x^{738}$   $x^{739}$   $x^{740}$   $x^{741}$   $x^{742}$   $x^{743}$   $x^{744}$   $x^{745}$   $x^{746}$   $x^{747}$   $x^{748}$   $x^{749}$   $x^{750}$   $x^{751}$   $x^{752}$   $x^{753}$   $x^{754}$   $x^{755}$   $x^{756}$   $x^{757}$   $x^{758}$   $x^{759}$   $x^{760}$   $x^{761}$   $x^{762}$   $x^{763}$   $x^{764}$   $x^{765}$   $x^{766}$   $x^{767}$   $x^{768}$   $x^{769}$   $x^{770}$   $x^{771}$   $x^{772}$   $x^{773}$   $x^{774}$   $x^{775}$   $x^{776}$   $x^{777}$   $x^{778}$   $x^{779}$   $x^{780}$   $x^{781}$   $x^{782}$   $x^{783}$   $x^{784}$   $x^{785}$   $x^{786}$   $x^{787}$   $x^{788}$   $x^{789}$   $x^{790}$   $x^{791}$   $x^{792}$   $x^{793}$   $x^{794}$   $x^{795}$   $x^{796}$   $x^{797}$   $x^{798}$   $x^{799}$   $x^{800}$   $x^{801}$   $x^{802}$   $x^{803}$   $x^{804}$   $x^{805}$   $x^{806}$   $x^{807}$   $x^{808}$   $x^{809}$   $x^{810}$   $x^{811}$   $x^{812}$   $x^{813}$   $x^{814}$   $x^{815}$   $x^{816}$   $x^{817}$   $x^{818}$   $x^{819}$   $x^{820}$   $x^{821}$   $x^{822}$   $x^{823}$   $x^{824}$   $x^{825}$   $x^{826}$   $x^{827}$   $x^{828}$   $x^{829}$   $x^{830}$   $x^{831}$   $x^{832}$   $x^{833}$   $x^{834}$   $x^{835}$   $x^{836}$   $x^{837}$   $x^{838}$   $x^{839}$   $x^{840}$   $x^{841}$   $x^{842}$   $x^{843}$   $x^{844}$   $x^{845}$   $x^{846}$   $x^{847}$   $x^{848}$   $x^{849}$   $x^{850}$   $x^{851}$   $x^{852}$   $x^{853}$   $x^{854}$   $x^{855}$   $x^{856}$   $x^{857}$   $x^{858}$   $x^{859}$   $x^{860}$   $x^{861}$   $x^{862}$   $x^{863}$   $x^{864}$   $x^{865}$   $x^{866}$   $x^{867}$   $x^{868}$   $x^{869}$   $x^{870}$   $x^{871}$   $x^{872}$   $x^{873}$   $x^{874}$   $x^{875}$   $x^{876}$   $x^{877}$   $x^{878}$   $x^{879}$   $x^{880}$   $x^{881}$   $x^{882}$   $x^{883}$   $x^{884}$   $x^{885}$   $x^{886}$   $x^{887}$   $x^{888}$   $x^{889}$   $x^{890}$   $x^{891}$   $x^{892}$   $x^{893}$   $x^{894}$   $x^{895}$   $x^{896}$   $x^{897}$   $x^{898}$   $x^{899}$   $x^{900}$   $x^{901}$   $x^{902}$   $x^{903}$   $x^{904}$   $x^{905}$   $x^{906}$   $x^{907}$   $x^{908}$   $x^{909}$   $x^{910}$   $x^{911}$   $x^{912}$   $x^{913}$   $x^{914}$   $x^{915}$   $x^{916}$   $x^{917}$   $x^{918}$   $x^{919}$   $x^{920}$   $x^{921}$   $x^{922}$   $x^{923}$   $x^{924}$   $x^{925}$   $x^{926}$   $x^{927}$   $x^{928}$   $x^{929}$   $x^{930}$   $x^{931}$   $x^{932}$   $x^{933}$   $x^{934}$   $x^{935}$   $x^{936}$   $x^{937}$   $x^{938}$   $x^{939}$   $x^{940}$   $x^{941}$   $x^{942}$   $x^{943}$   $x^{944}$   $x^{945}$   $x^{946}$   $x^{947}$   $x^{948}$   $x^{949}$   $x^{950}$   $x^{951}$   $x^{952}$   $x^{953}$   $x^{954}$   $x^{955}$   $x^{956}$   $x^{957}$   $x^{958}$   $x^{959}$   $x^{960}$   $x^{961}$   $x^{962}$   $x^{963}$   $x^{964}$   $x^{965}$   $x^{966}$   $x^{967}$   $x^{968}$   $x^{969}$   $x^{970}$   $x^{971}$   $x^{972}$   $x^{973}$   $x^{974}$   $x^{975}$   $x^{976}$   $x^{977}$   $x^{978}$   $x^{979}$   $x^{980}$   $x^{981}$   $x^{982}$   $x^{983}$   $x^{984}$   $x^{985}$   $x^{986}$   $x^{987}$   $x^{988}$   $x^{989}$   $x^{990}$   $x^{991}$   $x^{992}$   $x^{993}$   $x^{994}$   $x^{995}$   $x^{996}$   $x^{997}$   $x^{998}$   $x^{999}$   $x^{1000}$~~

Anderseits  $(1+b)^{-x} = 1 - xb + \frac{x(x-1)}{2} b^2 - \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3} b^3 + \dots$

ist das Supplement gefunden, man ist kein  
 Hefen will  $\frac{-x(-x-1)(-x-2)(-x-3)}{2 \cdot 3 \cdot 4} b^4$   
 $(1+b)^x$

man setzt  $x=1$  so ist  $(1+b)^{-1} = \frac{1}{1+b} = 1 - b + b^2 - b^3 + \frac{b^4}{1+b}$

man sieht  $1 - xb - \frac{x(x-1)}{2} b^2 - \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3} b^3$

gibt zu  $x=1$  ist  
 also man setzt die Reihen der Coeff. nicht  
 sondern man setzt  $x=-1$  so ist  
 $(1+b)^{-1} = \frac{1}{1+b}$  man erhält form  
 als  $\frac{1}{1+x}$

## III Fortsetzung

Ist  $A_1$  gegeben, so wird  $a$  gefunden.  
 Es. folge  $x=1$  und bekommen aus

$$I) a^x = 1 + A_1 x + \frac{A_1^2 x^2}{2!} + \frac{A_1^3 x^3}{3!} + \frac{A_1^4 x^4}{4!} + \dots$$

$$2) a = 1 + A_1 + \frac{A_1^2}{2!} + \frac{A_1^3}{3!} + \frac{A_1^4}{4!} + \dots$$

und daraus ist  $a$  bekannt, man ist mit  
 einfach die Reihe vollzogen

Aus der Gl. I) lassen sich verschiedene  
 Gl. bilden, wenn man  $a$  für  $A_1$   
 setzt. folge ist  $A_1=1$  und  
 kann man  $a$  dann bekommen in irgend  
 einer Zahl  $a$  ist  $e$  wenn, so wird hier  
 $A_1=1$  und  $a=e$  so hervorgeht aus  
 der Gl. I in

$$3) e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

man kann die  $e$  berechnen, wenn man  
 weiß, dass  $x$  klein ist, dann kann man  
 die Reihe abbrechen. man weiß  $x$  nicht, so ist  
 (bekannt ist  $e=2,718\dots$ ) Es ist bekannt, dass  
 die Reihe  $a$  und  $x$  sind durch gewisse  
 Verhältnisse, die  $A_1$  kann man  $x$  erhalten

so wird  $a = e^A$  folgend ausfolgt 31.  
 $A = x$  ausgedrückt wird, nach dem kein  
 vor  $A$  vollen möglichen Werten sein kann

Folgt man in den meisten Fällen  
 gegen die Ansicht in 2)  $e^x$  ist  
 eine Endzahl ist durch eine Reihe  $x$   
 muss man sich ganz zusammen fassen ist.  
 und selbst, vor man  $e^x$  muss beschränkt  
 werden ganz  $x$  ganz vollkommen ist,  
 so kann man sich aus ab je beschränken  
 und ganz durch die  $x$  = Ansicht

$$1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

Man muss in der Entwicklung sehen  
 dass  $x$  aus der Reihe ist  
 $e^x$  ist die Reihe selbst, dass je weiter  
 man weiter kommt beschränkt. Ist aber  
 $x$  selbst und selbst die Reihe selbst, dass  
 gibt  $e^x$  das nach der Reihe selbst  
 man  $x$  deshalb, dasselbe bedauert.



32. Ist es nun zu untersuchen ob die  
 Formeln für Differentiation und  
 Integration die vollen Potenzen ge-  
 ben. Das müssen wir  $e^x \cdot e^y = e^{x+y}$   
 mit  $x$  und  $y$  diff. g. z. sein. oder ob die  
 Gf. gilt wenn  $x$  und  $y$  beliebig sind von  
 denen, setzen wir die = Nullen  
 statt  $e^x, e^y, e^{x+y}$ . und setzen zu  
 ob die Gf. zwischen den Nullen auch  
 identisch ist d. h. ob.

$$(1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\dots)(1+y+\frac{y^2}{2!}+\frac{y^3}{3!}+\dots) =$$

$$= 1+(x+y) + \frac{(x+y)^2}{2!} + \frac{(x+y)^3}{3!} + \dots$$

mit mit der Reihung durchlaufen  
 kann das selbe probirt. Gf. Ausprobir.  
 Die gleiche demselben ergibt sich mit  
 der Reihung.

Man setze  $e^x = 2$  so ist nach Logarithm  
 der Log:  $e^x = 2$  Ist nun  $e^x = 2$  das man  
 Ansehen so soll  $e^x = 2$  sein. Ist es  
 nun die Frage ob es nicht ein  
 Druck ist, dass die Logarithmen



34.

Die beiden sind die mit  $\cos x$  und  $\sin x$  für  $x=0$  gegeben.  
 Der Quotient der beiden  
 $\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$  ist, sind alle Funktionen  
 von  $x$  und alle Funktionen  $\tan x$   
 wenn  $\cos x$  nicht gleich Null ist  
 so soll die rechte Seite durch  $\cos x$   
 die andere durch  $\sin x$  multipliziert  
 werden so daß

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

Ausführung der III. Aufgabe

Die allgemeine Potenzreihe  $(1+x)^a$  ist durch  
 für die Wahl der reellen  $a$  und  
 gegeben. Man setze  $a = 1$  und  
 $(1+x)^1 = 1 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + \dots$   
 Man beachte. Wenn man  $(1+x)^a$  mit  $(1+x)^b$   
 multipliziert, dann gehen die Koeffizienten  $A_n$   
 in  $B_n$  über, so daß



35.

dieses folgt aus  $(1+b)=a$  und heissen  
 $a^x = 1 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + \dots$  nur so werden  
 die Coeff.  $A_1, A_2$  u. s. f. missen diese sein  
 die nach Potenzen von  $b$  entwickelt  
 sind in der Reihe  $(1+b)^x = 1 + A_1 x + A_2 x^2 + \dots$   
 ist, sondern die nach Potenzen von  $(a-1)$  fort.  
 entwickeln, da aus  $(1+b)=a$  ist  $b=(a-1)$

Folgt muss man finden alle Coefficienten  
 durch einen z. B. die allgemeine  $A_1$  zu  
 finden, um durch diese Gleichung zu  
 sehen  $A_1$  selbst zu finden  
 dieses muss man Gleichung zu setzen die Coeff.  
 finden, muss für diese die Reihe

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \\
 \hline
 x+y \\
 x^3y + 3x^2y^2 + 3xy^3 + y^4 \\
 \hline
 x^4 + 3x^3y + 3x^2y^2 + xy^3 \\
 \hline
 x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4
 \end{array}$$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

dieses heissen dann  $a^{x+y}$  und das  
 durch die Reihe zu finden  
 gleiches.

$$(1 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + \dots)(1 + A_1 y + A_2 y^2 + A_3 y^3 + \dots) = 1 + A_1(x+y) + A_2(x+y)^2 + A_3(x+y)^3 + \dots$$

dieses heissen dann

links  $1 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + \dots$

$$\begin{array}{l}
 + A_1 x + A_1^2 x^2 + A_1 A_2 x^3 + \dots \\
 + A_2 x^2 + A_1 A_2 x^3 + A_2^2 x^4 + \dots \\
 + A_3 x^3 + A_1 A_3 x^4 + A_2 A_3 x^5 + \dots
 \end{array}$$

rechts  $1 + A_1 x + A_1 y +$   
 $+ A_2 x^2 + 2A_1 A_2 xy + A_2 y^2 +$   
 $+ A_3 x^3 + 3A_1 A_2 x^2 y + 3A_2 A_1 xy^2 + A_3 y^3 +$   
 $+ A_4 x^4 + 4A_1 A_3 x^3 y + 6A_2 A_1 A_2 x^2 y^2 + 4A_3 A_1 xy^3 +$   
 $+ A_4 y^4 + \dots$

(1 + A\_1 y + A\_2 y^2 + A\_3 y^3 + \dots) (A\_1 + A\_1^2 y + A\_1 A\_2 y^2 + A\_1 A\_3 y^3 + \dots) x + (

26.

gewunden nach §. 3. L. y ist

$$\begin{aligned}
 & (1 + A_1 y + A_2 y^2 + A_3 y^3 + \dots) + A_1 (1 + A_1 y + A_2 y^2 + A_3 y^3) x + \\
 & + A_2 (1 + A_1 y + A_2 y^2 + \dots) x^2 + A_3 (1 + A_1 y + A_2 y^2 + \dots) x^3 + \dots \\
 & = (1 + A_1 y + A_2 y^2 + A_3 y^3 + \dots) + (A_1 + 2A_2 y + 3A_3 y^2 + \dots) x + \\
 & + (A_2 + 3A_3 y + 6A_4 y^2 + \dots) x^2 + (A_3 + 4A_4 y + \dots) x^3 + \\
 & + \dots
 \end{aligned}$$

Dann vergleichen die Gleichungen

$$1) A_1 (1 + A_1 y + A_2 y^2 + A_3 y^3 + \dots) = A_1 + 2A_2 y + 3A_3 y^2 + \dots$$

$$A_1 + A_1^2 y + A_1 A_2 y^2 + A_3 A_1 y^3 + \dots = \dots$$

$$A_2 A_1 = 3A_3$$

$$A_3 = \frac{A_2 \cdot A_1}{3} = \frac{A_1^2 \cdot A_1}{2 \cdot 3}$$

und vermöge des unabh. Coeff ist die Gl.  $A_1 = 2A_2$  daher  $A_2 = \frac{(A_1)^2}{2}$ 

$$2) A_2 (1 + A_1 y + A_2 y^2 + \dots) = A_2 + 3A_3 y + 6A_4 y^2 + \dots$$

$$A_2 + A_2 A_1 y + A_2^2 y^2 + \dots = \dots$$

und vermöge des unabh. Coeff ist die Gl.

$$A_2 A_1 = 3A_3 \quad \text{daher} \quad A_3 = \frac{(A_1)^3}{2}$$

$$\frac{(A_1)^3}{2} = 3A_3 \quad \text{daher}$$

$$A_3 = \frac{(A_1)^3}{2 \cdot 3}$$

$$3) A_3(1 + A_1y + A_2y^2 + A_3y^3 + \dots) = A_3 + 4A_4y + \dots \quad 3y$$

$$A_6 + A_5A_1y + A_4^2y^2 + A_3^2y^3 + \dots = A_3 + 4A_4y + \dots$$

aus der (entstande) die künftige: Coeff. der 3te  
 $A_3A_1y = 4A_4y$  oder die  $A_3 = \frac{(A_1)^3}{2 \cdot 3}$

$$\frac{(A_1)^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} = A_4$$

Um die folgenden Coeff. zu finden, setze ich in die  
 von Coeff. von x alle in A. ein, und so weiter.  
 So d.h., wie der 3te.  $a^x = 1 + A_1x + A_2x^2 + A_3x^3 + \dots$

$$a^x = 1 + A_1x + \frac{(A_1)^2}{2}x^2 + \frac{(A_1)^3}{2 \cdot 3}x^3 + \dots \text{ wird}$$

man setze die in den Potenzen, sind  
 in Folge übereingest.

$$a^x = 1 + A_1x + \frac{A_1^2 \cdot x^2}{2!} + \frac{A_1^3 \cdot x^3}{3!} + \dots$$

$$\text{mit } A_1 = (a-1) - \frac{1}{2}(a-1)^2 + \frac{1}{3}(a-1)^3 - \frac{1}{4}(a-1)^4 + \dots$$

Das ist unendlich die Reihe, welche man  
 anstatt Coeff. in b oder in (a-1) setzt  $a = (b+1)$

Es mag sein, dass man falsch ist, dass die die  
 Waise für  $a^x$  einfallen ist. mit  $a = 1$

$$(1+b)^x \text{ das auf eine der folgenden Weise}$$

$$\text{gleich zu setzen, man setze zu } 4^{\text{te}} \text{ Weise} = \frac{(A_1)^4 \cdot x^4}{4! \cdot a^x}$$

man wird noch sich selbst auf  $x=1$  setzen



müß diesen Ausdruck für das G.l.

$$I) a^x = 1 + A_1 x + \frac{A_1^2}{2!} x^2 + \frac{A_1^3}{3!} x^3 + \dots$$

daß  $a$  steht  $(1+b)$  und  $\frac{A_1^2}{2!}$  steht,  $A_2$  und  $\frac{A_1^3}{3!}$  steht  $A_3$  u. s. f.

Da nun  $a$  gegeben ist, so muß die Reihe I. von Anfang an gegeben sein, so kann man die Reihe

$$II) (1+b)^x = 1 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + \dots$$

finden. Ich stelle dieselbe

Untersuchung über das Supplementglied

Die Reihe I. ist aus der Reihe

$$III) (1+b)^x = 1 + x b + \frac{x(x-1)}{2} b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3} b^3 + \dots$$

abgeleitet, von der das Supplementglied

Stück 29. vorgegeben wurde. Es folgt daher

daß aus der Reihe II. mit der Reihe I. die

Reihe I. Supplementglied bilden muß. Es

folgt, daß man sich nur die Reihe I.

bestimmen. Dieses Glied hängt mit dem

aus der Bildung der II. Reihe mit der III.

gebildet das Supplementglied zu

kommen

den neuen den Kriese III. vork (1+6)<sup>2</sup> nachfolgt. 39.  
den mo & absolut merkt diese für den die  
spaltet einer bei  $(x+2)^2$  = Glieder den die an sich  
ein Faktor = 0. den Kriese wird mit folgend  
 $(x+2)$  Glieder, da an sich in den Kriese nun  
unmöglich, so kann den neuen einer nur nun  
bestimmte Anzahl von Gliedern haben,  
mit einer Coeff. vork, dann folgende Glieder vork  
mit Kriese für nun bestimmter Anzahl von  
Glieder, mit den die Glieder sind mit  
einer mit, & jedes  $x^2$ ,  $x^3$ ,  $x^4$  affinität sind  
mit der  $x$ ,  $x^2$ ,  $x^3$  etc in einer bestimmten Anzahl  
von Gliedern, vork mit finitio nullstellen  
sein können, so sind vork die affinitäten  
quadrat finitio.

[illegible]





Inhaltsangabe Ausführung zum Satz 19.

Wir zeigen, daß es genau ein  $\frac{1}{1-x}$  in der Potenzreihe  
 Ring gibt. Wir zeigen dies durch  
 Division zu erhalten. Wir nehmen  
 für diesen die Methode der un-  
 bekannten Coefficienten an. d.h. wir  
 die Form  $\frac{1}{1-x}$  als  $1 + a_1x + a_2x^2 + \dots$

ann ist  $\frac{1}{1-x} = 1 + a_1x + a_2x^2 + \dots$

$$\text{Es muß } \frac{1}{1-x} = 1 + a_1x + a_2x^2 + \dots = 1 + a_1x + a_2x^2 + \dots$$

$$\text{also } 1 = (1 + a_1x + a_2x^2 + \dots)(1 + a_1x + a_2x^2 + \dots)$$

Wir mit der Multiplikation erhalten

$$\begin{aligned} 1 &= (1 + a_1x + a_2x^2 + \dots)(1 + a_1x + a_2x^2 + \dots) \\ &= 1 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_1x + a_2x^2 + \dots \\ &= 1 + 2a_1x + (a_2 + a_1^2)x^2 + \dots \end{aligned}$$

Es bleibt uns jetzt zu:

$$1 + 2a_1x + (a_2 + a_1^2)x^2 + \dots = 1$$

Wir die Gleichungen zwischen

den Coefficienten oder besser

$a_1, a_2, a_3, \dots$  bestimmen muß

12

$$I) a + x = 0$$

$$II) a_1 + ax + \frac{x(x-1)}{2} = 0$$

$$III) a_2 + a_1x + \frac{x(x-1)}{2}a + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3} = 0$$

Setzt man in I  $a = -x$

so folgt aus II, ist die II. Gleichung in

$$II) a_1 - x^2 + \frac{x(x-1)}{2} = 0 \quad \text{oder}$$

$$a_1 - x^2 + \frac{x^2 - x}{2} = 0 \quad \text{oder}$$

$$-a_1 + \frac{x^2 + x}{2} = 0 \quad \text{oder}$$

$$a_1 = \frac{x(x+1)}{2} = -\frac{x(-x-1)}{2}$$

Setzt man die letzte Formel in die dritte Gl.: so resultiert man

$$III) a_2 - x^2 + \frac{x^2(x^2-1)}{4} + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3} = 0$$

$$a_2 - \frac{4x^2 + x^4 - x^2}{4} + \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{6} = 0 \quad \text{oder}$$

$$a_2 - \frac{24x^2 + 6x^4 - 6x^2 + 4x^3 - 12x^2 + 8x}{12} = 0$$

$$a_2 - \frac{12x^2 + 3x^4 - 3x^2 + 2x^3 - 6x^2 + 4x}{6} = 0$$

$$a_2 + \frac{3x^4 + 2x^3 - 21x^2 + 4x}{6} = 0$$

$$\begin{array}{r} x-1 \\ x+1 \\ \hline x-1 \\ x-x \\ \hline x^2-1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2-x \\ x-2 \\ \hline x^3-2x^2+2x \\ x^3-x^2 \\ \hline x^2-3x^2+2x \end{array}$$

$$\text{III } a_2 + \frac{x^2(x+1)}{2} - \frac{x^2(x-1)}{2} + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3} = 0 \quad 43$$

$$a_2 + \frac{x^3 + x^2 - x^3 + x^2}{2} + \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{2 \cdot 3} = 0$$

$$a_2 + \frac{\cancel{x^3} + \cancel{x^2} - \cancel{x^3} + \cancel{x^2} + x^3 - 3x^2 + 2x}{6} = 0$$

$$a_2 + \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{2 \cdot 3} = 0$$

$$a_2 = \frac{-x^3 - 3x^2 - 2x}{2 \cdot 3} = \frac{-x(-x-1)(-x-2)}{2 \cdot 3} \quad \text{mit } \frac{x^2+x}{-x-2}$$

Die Koeffizienten sind nun alle bestimmt  
Koeffizienten

Wieder dividieren das Ausdrücken  
Daher kann ich nun durch das  
gewählte Differenzieren zurückschauen  
aufwärts soll.

$$1 + ab + \frac{x(x-1)}{2}b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b^3 + \dots = 1 + ab + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{6}b^3 + \dots$$

Es folgt ist nun das erste Glied zu bestimmen  $b=0$

Um die Koeffizienten des gewählten Gliedes  
zu bestimmen



so substituieren wir in der Reihe von  
höheren Potenzen das 1 und die Summe  
von  $b$

$$\frac{1}{1 + xb + \frac{x(x-1)}{2}b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b^3 + \dots} = 1 + ab + a_2b^2 + a_3b^3 + \dots$$

$$\frac{1 - 1 + xb - \frac{x(x-1)}{2}b^2 - \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b^3 + \dots}{1 + xb + \frac{x(x-1)}{2}b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b^3 + \dots} = ab + a_2b^2 + a_3b^3 + \dots$$

$$1 - 1 + xb - \frac{x(x-1)}{2}b^2 - \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b^3 + \dots$$

dividieren die Gl. durch  $b$  und bekommen

$$A) \frac{-x - \frac{x(x-1)}{2}b - \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b^2 + \dots}{1 + xb + \frac{x(x-1)}{2}b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b^3 + \dots} = a + a_2b + a_3b^2 + \dots$$

Setzen  $b=0$  und bekommen

$$-x = a$$

Um den Coeff. des 3. Gliedes zu finden  
den so wieder in der letzten Gleichung  
ein. Setzen in der Gl. A.  $a$  vor und es  
folgt:

$$\frac{-x - \frac{x(x-1)}{2}b - \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b^2 + \dots}{1 + xb + \frac{x(x-1)}{2}b^2 + \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b^3 + \dots} = a - axb - \frac{ax(x-1)}{2}b^2 - \frac{ax(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b^3 + \dots$$

$$= a_1b + a_2b^2 + \dots$$

45

Es sei  $f(x)$  ist durch  $a$  zu teilen.  $-x$  und  $b$  zu setzen  $f(b)$

$$-x - \frac{x(x-1)}{2}b - \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b^2 - \dots + x + x^2b + \frac{x^2(x-1)}{2}b^2 + \frac{x^2(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b^3 + \dots =$$

$$1 + xb + \frac{x(x-1)}{2}b^2 + \dots = a_1b + a_2b^2 + \dots$$

Es sei  $f(x)$  ist  $-x$  und  $+x$  und  $\left(-\frac{x^2+x}{2}\right)b$  und  $+\frac{2x^2b}{2}$

Es sei  $f(x)$  ist  $x^2b + xb = \frac{x(x+1)}{2}b$

Es sei  $f(x)$  ist  $-\frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b^2$  und  $+\frac{x^3b^2 + 3x^2b^2}{2 \cdot 3}$  und  $-\frac{2x^2b^2}{2 \cdot 3}$

und  $2x^3b^2 + 3x^2b^2 - 5x^2b^2$  und  $2x^3b^2 + 3x^2b^2 - 5x^2b^2$

$$1 + xb + \frac{x(x-1)}{2}b^2 - \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b^3 + \dots + \frac{x^2(x-1)}{2}b^2 + \dots =$$

$$= a_1b + a_2b^2 + \dots$$

Es sei  $f(x)$  ist  $b=0$  zu setzen  $f(0)$

$$\frac{x(x+1)}{2} - \frac{x(x-1)(x-2)}{2 \cdot 3}b - \dots + \frac{x^2(x-1)}{2}b + \dots = a_1 + a_2b$$

$$1 + xb + \frac{x(x-1)}{2}b^2 + \dots$$

Es sei  $f(x)$  ist  $b=0$  zu setzen  $\frac{x(x+1)}{2}$  und  $-\frac{x(x-1)}{2} = a_1$

Es sei  $f(x)$  ist  $b=0$  zu setzen  $f(0)$

Es sei  $f(x)$  ist  $b=0$  zu setzen  $f(0)$

46.

Der ist genau mit dem Prozess zu rechnen  
ist nur dass  $a$  zu bestimme, so  
müssen wir so viel überdenken, bis  
wir, das mit der Lösung der, und das  
müssen wir finden, dass die Lösung  
nicht falsch ist. Ist für alle  $a$  in  
diesem Prozess zu rechnen

$$a = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \frac{1}{720} + \frac{1}{5040}$$

$$\begin{array}{r} \text{oder } a = 2 \\ 0,5 \\ 0,1666\ldots \\ 0,04166\ldots \\ 0,008333\ldots \\ 0,0013888\ldots \\ 0,00019869\ldots \\ \hline = 2,716\ldots \end{array}$$

Das  $A_1 = 1$  und alle  $a = e$  sind in die  
Gleichung eingesetzt in  $a^x = 1 + A_1 x + \frac{A_1^2 x^2}{2!} + \dots$   
gibt  $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$   
müssen wir mit der Annahme des  
reellen Zahlen geben.



47.

es ist nur die Lösung ab. die formelzugel.  
 kann ob  $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$  d. f. v. b.

$$\left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots\right) \left(1 + y + \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} + \dots\right) = 1 + (x+y) + \frac{(x+y)^2}{2!} + \frac{(x+y)^3}{3!} + \dots$$

überprüfst ob

beib.  $\left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots\right) \left(1 + y + \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} + \dots\right)$

$$= \left(1 + x + y + \frac{x^2}{2!} + \frac{y^2}{2!} + \frac{2xy}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{3x^2y}{3!} + \frac{3xy^2}{3!} + \frac{y^3}{3!} + \dots\right)$$

mit anderen drei übrigen macht inoffellen

$$\left(x + \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} + \dots\right) \left(1 + \frac{y}{2!} + \frac{y^2}{2! \cdot 2!} + \frac{y^3}{2! \cdot 3!} + \dots\right) x^2 + \left(\frac{y}{3!} + \frac{y^2}{3! \cdot 2!} + \frac{y^3}{3! \cdot 3!} + \dots\right) x + \dots$$

$$= \left(\frac{2y}{2!} + \frac{3y^2}{3!} + \dots\right) x + \left(\frac{3y^2}{3!} + \dots\right) x^2 + \dots$$

ob also  $y + \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} + \dots = \frac{2y}{2!} + \frac{3y^2}{3!} + \dots$

erweist ist dass  $y = \frac{2y}{2!}$  d.  $\frac{y^2}{2!} = \frac{3y^2}{1 \cdot 2 \cdot 3}$  u. /-f.

aber so ganz nur alle übrigen  
 Gegenstand, so ist leicht und macht  
 das alles gewiss.

48

Wortlauts liest die Evidenz nicht auf der  
Analogie, muß mir velle Gründe mit  
unabhängigen können, und es muß  
dafür die Analyse ist banal sein, durch  
ein Prinzip, gleich sein durch Repre-  
sentanten, und es ungleiche Gründe  
das Aufz. In ganze Reihe durchzuführen  
denn man muß nicht mehr als einen Schritt  
möglich.

Der allgemeine Logarithmus  $a^x: a^y = a^{x-y}$   
ergibt sich aus der Annahme, weil  
 $a^{x-y} \cdot a^y$  nach demselben  $a^{x-y+y}$  oder  
 $a^x$  ergibt.

#### IV. Fortsetzung

$$\text{so ist also } \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

Man kann sich überzeugen, daß

$$\begin{aligned} (\cos x)^2 + (\sin x)^2 &= 1 \text{ ist. Dann} \\ \left( \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \right)^2 + \left( \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} \right)^2 &= \frac{e^{2ix} + e^{-2ix} + 2e^0}{4} + \frac{e^{2ix} - e^{-2ix} - 2e^0}{-4} \\ &= \frac{e^{2ix} + e^{-2ix} + 2}{4} - \frac{e^{2ix} - e^{-2ix} - 2}{4} = 1 \end{aligned}$$

$$\left( \frac{e^{2xY-1} - e^{-2xY-1}}{2Y-1} \right)' = \frac{e^{2xY-1} + e^{-2xY-1} - 2}{-4} = \frac{-e^{2xY-1} - e^{-2xY-1} + 2}{4}$$

$$\frac{e^{2xy-1} + e^{-2xy-1} + 2}{4} + \frac{-e^{2xy-1} - e^{-2xy-1} + 2}{4} = \frac{4}{4} = 1.$$

Längs durchgehenden Richtung der Röhre  
 zusammengezogen wird.  $\cos 0 = 1$  ist.  
 $\sin 0 = 0$ . Null ist für  $\sin$ , wenn  
 man mit  $\sin$  in die Röhre schaut  
 von  $\cos$  in den  $x$ , oder in die andere  
 Richtung schaut, steht  $x, 0$  sehen.  
 Längs durchgehenden Richtung ist  $\cos(-x) = \cos x$   
 weil in der Röhre  $\cos x$  mit  $\sin$   
 $(-x)$  gegeben wird, und  $\sin$  von  
 $(-x)$  gegeben wird.

$$\sin(-x) = -\sin x$$

macht ich dir selber Briefe schreiben und  
mit unbekannter Person  
Briefen, welche auch nach den Briefen  
geht - Briefen noch nicht  
in der Hand gezeichnet.



Bestimmung Sinus/Spur/Secus des Arcus

1)  $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$   
 wenn wir  $y = -y$  so wird

$$\sin(x-y) = \sin x \cos -y + \cos x \cdot \sin -y$$

we  $\cos -y = \cos y$  und

$\sin -y = -\sin y$  so wird

2)  $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$

Setzt man  $x$  in der 2. Gl.  $(x+y)$   
 so bekommt man

3)  $\sin x = \sin(x+y) \cos y - \cos(x+y) \sin y$

Setzt man in der 2. Gl.  $y = x+y$

4)  $-\sin = \sin x (\cos(x+y)) - \cos x (\sin(x+y))$

ist  $\sin(x+y) = u$  und  $\cos(x+y) = v$ .

$\sin x = u \cdot \cos y - v \cdot \sin y$  oder

$\sin x = u \alpha - v \beta$

$\sin -x = u$

drückt  $\alpha$  eine kleine Anzahl  $\alpha$  55  
 also ist das Log  $\alpha$  unendlich mal  
 so groß.

drückt  $\alpha$  mit 1. Potenz fort, dann  

$$e^\alpha = 1 + \alpha + \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^3}{3!} + \dots$$

man ist nun, daß je größer  $\alpha$  ist  
 desto größer wird die Anzahl. Daher  
 ist  $\frac{1}{e^\alpha} = e^{-\alpha}$  so wird

$$e^\alpha = e^{-\alpha} = \frac{1}{e^\alpha} = \text{müßte } \gamma \text{ positiv}$$
  
 so wird die Anzahl immer kleiner.

also ist  $\alpha$  negativ und immer mehr  
 wächst die Anzahl die positiv ist  
 bleibt immer kleiner. also ist

$e^\alpha$  wenn  $\alpha$  null ist, mag  $\alpha$  pos. oder  
 negat. sein und der Ausdruck  $e^\alpha$  ist  
 positiv daher der Faktor positiv nur  
 zu setzen ist. Konstante.

$$L(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$$
 wobei nicht zu vergessen  
 positiv, oder mit der einzigen Bedingung  
 null. Diese ist für  $L$  gegeben

56 von den vollen Wurzeln abzuziehen, dann  
 die ersten Logarithmen zu haben.

Man wird die Aufgabe bei der Log.  
 aus einer gewissen Zeit  $\sqrt{p^2+q^2}$  zu  
 bestimmen, und zwar aus dem  
 einzigen reellen Ausdruck. Das  
 haben wir schon gesehen

$$\text{die } e^{A_1} = 1 + A_1 + \frac{A_1^2}{2!} + \frac{A_1^3}{3!} + \dots = a$$

$$\text{also } A_1 = \log a$$

und man findet gefunden

$$A_1 = (a-1) - \frac{1}{2}(a-1)^2 + \frac{1}{3}(a-1)^3 - \dots = \log a$$

Nachdem wir also jetzt  $a = \sqrt{p^2+q^2}$  so  
 werden wir  $\log(\sqrt{p^2+q^2})$  finden

Darüber wird man

$$\log(x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \dots$$

die Reihe mit einer Zahl  
 die die Reihe ist in der Log.

$$\text{Man findet } a^x = 1 + A_1 x + \frac{A_1^2}{2!} x^2 + \dots$$

$$\text{also } a^x = 1 + x \log a + \frac{x^2 (\log a)^2}{2!} + \dots$$



# Werk Logarithmen

53.

$\log a = x$  mit der Voraussetzung  
 dass 2,510... ist, so dass  $e^x = a$  wird.

wo  $x$  reell oder imag. ist oder man  
 man die Form  $\alpha + \beta\sqrt{-1}$ , wo  $\alpha$  und  $\beta$  reell  
 sind. Dann kann ich alle die Werte

von  $x$  zu finden, oder die Log  $(p+q\sqrt{-1})$  zu finden. Dagegen muss die  
 Form  $\alpha + \beta\sqrt{-1}$  finden. So ist nicht die  
 Form bekannt und es  
 muss  $\alpha$  und  $\beta$  finden.

Man a reell oder imaginär ist so ist  $p+q\sqrt{-1}$   $e^{\alpha + \beta\sqrt{-1}}$   $= p+q\sqrt{-1}$   
 Man a komplex ist  $x$  zu finden  $e^{\alpha + \beta\sqrt{-1}}$   $= p+q\sqrt{-1}$

$$e^{\alpha} \cdot e^{\beta\sqrt{-1}} = p+q\sqrt{-1} \quad \text{oder} \quad e^{\beta\sqrt{-1}} = \frac{p+q\sqrt{-1}}{e^{\alpha}}$$

$$e^{\alpha} (\cos \beta + \sqrt{-1} \sin \beta) = p+q\sqrt{-1}$$

$$\cos \beta + \sqrt{-1} \sin \beta = \frac{p}{e^{\alpha}} + \frac{q\sqrt{-1}}{e^{\alpha}}$$

$$\text{es folgt} \quad \cos \beta = \frac{p}{e^{\alpha}} \quad \text{und} \quad \sin \beta = \frac{q}{e^{\alpha}}$$

$$\sin x = \frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$$

$$\text{oder} \quad \cos x = \frac{e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}}{2}$$

$$\sin x = \frac{u + v}{2\sqrt{-1}} \quad \text{und} \quad \cos x = \frac{u + v}{2}$$

findet sich dass  $u = \cos \beta$  und  $v = \sin \beta$   
 diese Gl. in  $\gamma$  eingesetzt.

Beide Gl. quadriert und addiert, um  $\beta$  zu eliminieren

$$(\cos \beta)^2 + (\sin \beta)^2 = \frac{p^2}{(e\alpha)^2} + \frac{q^2}{(e\alpha)^2}$$

$$1 = \frac{p^2}{(e\alpha)^2} + \frac{q^2}{(e\alpha)^2}$$

$$e\alpha = \sqrt{p^2 + q^2}$$

hier ist eine positive Anzahl und zu  
nehmen weil die unendliche  
Anzahl von  $e\alpha$  ein negatives wird  
man  $\alpha$  reell ist.

$$\cos \beta = \frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}} \text{ und } \sin \beta = \frac{q}{\sqrt{p^2 + q^2}}$$

daß durch  $\sin$  und  $\cos$  gleichmäßig gegeben  
ist, so können wir uns annehmen  
dass wir die Tabelle finden von  
den kl. Werten  $\varphi$  und also ist dann  
 $\alpha n \pi$  dann so wird

$$\beta = \alpha n \pi + \varphi \text{ sein}$$

daß fort  $\beta$  unendlich viele Werte  
fort. so hängt das davon ab





52 sind auch die halben. und so bekommen wir  
 die Regel:

$\sin(\pm 2n\pi + \varphi) = \sin \varphi$ . Ist das  $\frac{1}{2}$  Kreis,  $2\pi$   
 der ganze Kreis  $n$  ganze  $\varphi$ ,  $\varphi$  im Logarith.  
 die Zahl ist in der Regel.  $\sin 2\pi$ ,  
 $\pm 2n\pi + \varphi$  ist und  $\sin$   $\varphi$   $\sin$   
 bekommt ist  $\varphi$  bekommen.

$$\cos(\pm 2n\pi + \varphi) = \cos \varphi$$

Ist  $\varphi$  ein beliebiges  $\angle$  oder Winkel.  
 Logarith, muß man auf dem Logarith.  
 die Logarith Logarith der halben  $\sin$   $\varphi$   
~~der Logarith~~ <sup>zu Logarith</sup> ~~der Logarith~~ <sup>zu Logarith</sup> ~~der Logarith~~ <sup>zu Logarith</sup>  
 die in der Formel  $(\pm 2n\pi + \varphi)$   $\sin$   $\varphi$   
 man man  $\sin$   $\varphi$ ,  $\sin$   $\varphi$   
 man 0 bis  $\sin$   $\varphi$ .  $\sin$   $\varphi$   
 $\sin$   $\varphi$   $\sin$   $\varphi$   $\sin$   $\varphi$ .  $\sin$   $\varphi$   
 die Logarith  $\sin$   $\varphi$   $\sin$   $\varphi$   $\sin$   $\varphi$   
 $\sin$   $\varphi$   $\sin$   $\varphi$   $\sin$   $\varphi$   $\sin$   $\varphi$   
 $\sin$   $\varphi$   $\sin$   $\varphi$   $\sin$   $\varphi$   $\sin$   $\varphi$

Dinge. Es gilt uns nun  $\alpha = \log a$  57.  
 setzen, man mülte mit  
 unter  $\alpha$  die Reihe  $1 + \alpha \log a + \frac{\alpha^2 (\log a)^2}{2} + \dots$   
 denken, man  $\alpha$  jedoch nicht ist.  
 Auch ist die obigenmündigen Reihe  
 Log a fast ohne merklich mehr  
 als  $\alpha$  mit  $\alpha = \log a$  ist so gut  
 die Reihe unter  $\alpha$  ist noch  
 Log a selbst nicht mehr da ist  
 man sich für den geringen  
 Unterschied ist  $\alpha$  ein gewisses so bekannt  
 die Reihe nicht mehr den selben  
 Macht. Also drückt die obige Reihe  $\alpha$   
 unter die Reihe und, welche ist bekannt.  
 unter der Reihe, man ist hier  $\alpha$  nicht  
 abgeben. So ist die Länge der obigen  
 Reihe unabhängig  
 der Reihe. Man sieht sich ist man  
 $\alpha = \log a$  nicht ist. Die Reihe so  
 unabhängig ist, als das man die Reihe  
 andeutet, man muss die Reihe gegeben  
 sein. So  $\alpha$  irrational, denn ist sie nicht mehr  
 man muss nicht die Reihe nicht mehr  
 sein.

58. Inverse, ist es möglich, dass fort die Potenzen  
 einander einander sind. Man weiß.  
 Denn muss man auf Instabilitäten, in  
 man wird die Formeln auf für alle Pot.  
 zeigen können. Cf. die Analyse.

Die unvollständige Entwicklung  
 des Bin, welches mit Hilfe der  
 partiellen Ableitungen.

Die unvollständige Entwicklung ist in unvollständiger Aus-  
 druck ist in der unvollständigen.  
 Dies entspricht dem unvollständigen der Methode der  
 unvollständigen Entwicklung und ist gegeben

$$a^x = 1 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + A_4 x^4 + \dots$$

Dies ist Annahme, und glaubt es sich für  
 in der Entwicklung keine Annahme zu sein  
 so ist die Annahme möglich. (Es ist  
 nicht möglich). Es ist nicht möglich. 1. Es ist nicht  
 möglich. Es ist nicht möglich.  $x=0$  ist.

um die Entwicklung zu finden. Es ist nicht möglich.  
 Dann ist  $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ . man muss die Annahme  
 folgen. man muss bekennen.  $A_2 = \frac{A_1^2}{2}$

$$A_3 = \frac{(A_1)^3}{3!} \text{ u. s. f.} \text{ Stellen wir voraus}$$





60 Die Reihe  $a^x = 1 + A_1 x + \frac{(A_1)^2}{2!} x^2 + \dots$   
 liefert für  $x=1$  die Reihe für  $e$ , man  
 nimmt  $x=1$  setzt

$$e = 1 + A_1 + \frac{A_1^2}{2!} + \frac{A_1^3}{3!} + \dots$$

man setze  $A_1 = 1$  und bezeichnet die Reihe  
 für  $a^x$  durch  $e = 2,718 \dots$  § 38

$$e = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots$$

NB.

Reihe unendlich.

$$\left(2 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots\right)^2 = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

die Reihe der Log. man setze  $x = \log a$   
 gegeben. und man setze  $x = A_1$

$$e^{A_1} = 1 + A_1 + \frac{A_1^2}{2!} + \frac{A_1^3}{3!} + \dots$$

$$\text{denn } e^{A_1} = a$$

$$A_1 = \log a$$

so ist  $a^x = e^{x \log a}$  und es folgt

$$a^x = 1 + x \log a + \frac{x^2 (\log a)^2}{2!} + \frac{x^3 (\log a)^3}{3!} + \dots$$

Man will nun  $\log(1+x)$  in einer  
 Reihe darstellen. Man setze  $x = \log a$  und es folgt  
 so ist  $a^x$  ist man die Reihe mit  $\log a$

Leit: annehmen, dass zu bestim. ist 61  
 diese Reihe gegeben  
 Man nehme an

$$\log(1+x) = b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 + \dots$$

und will nun  $b_1, b_2$  zu finden.

Es ist mind. annehmen dass die mit dem

Log. der Reihe zusammenhängt

man setze  $x=y$  und bekommt

$$\log(1+y) = b_1 y + b_2 y^2 + b_3 y^3 + \dots$$

subtrahiert die beiden Reihen

$$\log(1+x) - \log(1+y) = \log\left(\frac{1+x}{1+y}\right) = b_1(x-y) + b_2(x^2-y^2) + b_3(x^3-y^3) + \dots$$

man setzt  $\log\left(\frac{1+x}{1+y}\right)$  in Reihe zusammen

mit der Methode der mit. Log. zu finden

$$\text{es folgt } \frac{1+x}{1+y} = 1+Z \text{ mit } Z = \frac{x-y}{1+y} \text{ so ist}$$

$$\frac{1+x}{1+y} = 1 + \frac{x-y}{1+y} \text{ und folgt in der Gl. } \log(1+x)$$

Setzt  $x$  statt  $y$  in der Gl. so wird

$$\log\left(1 + \frac{x-y}{1+y}\right) = b_1 \left(\frac{x-y}{1+y}\right) + b_2 \left(\frac{x-y}{1+y}\right)^2 + \dots$$

$$\text{Denn } \frac{x-y}{1+y} = (x-y) \frac{1}{1+y} = (x-y)(1+y)^{-1}$$

$$\left(\frac{x-y}{1+y}\right)^2 = (x-y)^2 (1+y)^{-2} \dots \text{usw.}$$



62. In der jedes Quotienten auf einem Log.  
in  $\frac{1}{2}$  unendlich. Prinzip: - auf Potenzen  
und y. Logarithmen angewandt. in beiden

$$b_2 = -\frac{1}{2} b_1$$

$$b_3 = +\frac{1}{3} b_2$$

$$b_4 = -\frac{1}{4} b_3 \text{ u. s. f.}$$

wo  $b_1$  unbestimmt ist. —  
dieser wird

$$\log(1+x) = b_1 \left( x - \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{4} x^4 + \dots \right)$$

$b_1$  sei nun die Basis des Log. ob. Wird  
die Basis unendlich so ist jedes Logarithmus  
nach  $\left( \log a - \log b = \log \left( \frac{a}{b} \right) \right)$  dasselbe  
für jede Basis gilt.

Es muss also  $b_1$  für unendliche Basis  
bestimmt werden. Das  $b_1$  muss  
modul des Log. genommen. Man ist der  
Basis e nahen, also die natürliche Log.  
so wird  $b_1 = 1$  genommen.

Oder man nimmt die Beziehung ist dass  
 $b_1$  nach der Basis vergrößert, oder?

Man nimmt Loga: man 2 verschied. Basis <sup>63.</sup>  
 die Formel  $\log^b a \cdot \log^c b = \log^c a$

da  $\log^b a = \frac{\log^c a}{\log^c b}$  dadurch, man nimmt die

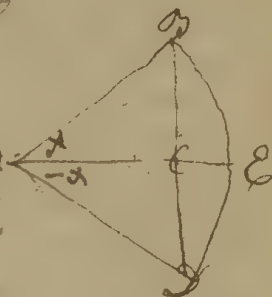
Anzahl auf, dividieren auf die Anzahl und es bleibt gleiches zweifaches Modul

Die Ausdrücke. da  $\sin x$  und  $\cos x$  in einem Kreis - je gleich sind.

Man nehme die Winkelhalbierende des Winkels  $\alpha$  in einem Kreis, man ist der Cos  $\alpha$  gleich.

Methode der Wink. halbe.

Daß man sich immer negativem  $\cos -x$  so  $\cos x$  ist  
 die  $\sin$  mit dem positiven  $\sin$  gleiches  $\cos$   
 2. man nehme die  $\sin$  und  $\cos$  in einem Kreis



$$\cos x = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + \dots$$

Man  $x, (-x)$  setzen, so müssen alle ungeraden  
 Potenzen negativ, die  $\sin$  müsste also sein  
 $-x$  und  $\cos$  müsste geben also  $\cos + x$ , nicht  
 müssen  $\cos x$  und  $\cos -x$ , verschieden sein. da  
 aber die  $\cos$  immer  $=$  sind, so kann dieses nicht  
 anders der Fall sein, als daß die  $\sin$  mit dem  
 geraden Potenzen gleich sind, d. h. daß ihre  
 $\cos = 0$  sind. Das ist aber für  $\cos x$ , mit  $x$  pos.  
 und neg. ist nicht möglich.  $\sin$  steht anders.

$$\cos x = A_0 + A_2 x^2 + A_4 x^4 + A_6 x^6 + \dots$$

Das  $\cos 0 = 1$  weil  $\cos = \sin$  Rad. es 1 ist

Also  $\sin 0 = 1$  weil, das es bewiesen ist, dass  
wiederum leicht nach zu finden

$$\text{wobei ist } \cos(x+y) + \cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y$$

Die Glt. muss auf beiden Seiten mit 2  
Glt. für  $\cos x+y$  und  $\cos(x-y)$  addieren und dann

$$2 \text{ dividieren}$$

$$\cos x = 1 + A_2 x^2 + A_4 x^4 + A_6 x^6 + \dots$$

$$\cos y = 1 + A_2 y^2 + A_4 y^4 + A_6 y^6 + \dots$$

$$\cos(x+y) = 1 + A_2(x+y)^2 + A_4(x+y)^4 + \dots$$

$$\cos(x-y) = 1 + A_2(x-y)^2 + A_4(x-y)^4 + \dots$$

Nun setzen wir in die Glt. für  $\cos x$  und

$\cos y$  die Reihen für  $\cos(x+y)$  und  $\cos(x-y)$

$$\frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2} =$$

$$= \frac{1 + A_2 x^2 + A_4 x^4 + A_6 x^6 + \dots}{2} + \frac{1 + A_2 y^2 + A_4 y^4 + A_6 y^6 + \dots}{2}$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1 + A_2 x^2 + A_4 x^4 + A_6 x^6 + \dots}{2} + \frac{1 + A_2 y^2 + A_4 y^4 + A_6 y^6 + \dots}{2}$$



85

Beide Ausdrücke sind identisch. Daraus  
folgt die Gl:

$$A_2 = A_2$$

$$6A_4 = (A_2)^2$$

$$A_4 = \sqrt{6} A_2$$

$$15A_6 = A_2 \cdot A_4 \text{ u. s. f.}$$

Wie viele Coeff. in  $A_2$  wird gedruckt m.  
so kann d. denselben zu  $A_2$  gedruckt

Man läßt ab viele mehrdeutige  
unterschiede und gibt die Reihe für  
den  $x$ .

Denn ist  $\sin x = -\sin x$ . d. h. der Sinus des  
negativen  $x$  ist = dem Sin des positiven  $x$  mit  
Zunahme von  $x$ . Dieses ist eine und die  
 $\sin x = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + A_4 x^4 + \dots$  man soll  
in manchen der parigen Potenzen von  $(-x)$  positiv  
den ungeraden negativ. die Reihe wird also  
wenn man die Potenzen nach und nach aufstellt  
die soll oben mit dem Zeichen nach negativ. Man soll  
bedenken doch die Reihe die parigen Potenzen = 0 sein  
da man  $\sin 0 = 0$  ist. es ist doch wegen Grundwert 0. In der Reihe muss  
sein  $x = A_1 x + A_3 x^3 + A_5 x^5 + \dots$  man soll  
und findet die Coeff. man ist eine Gl:  
zwischen beiden Sinusreihen. —

66 schen Julius G. ist mir bekannt,  
man wird wohl die G.

$$\frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2} = \sin x \cdot \sin y$$

Die Gf: verhält sich mit man die  
Gf: für  $\cos(x+y)$  und  $\cos(x-y)$  substituirt  
Man setzt nun die Wurzeln ein  
die Ausdrücke für  $\cos(x-y) \cos(x+y)$ ,  $\sin x$   
und  $\sin y$ . Man kann so durchführen  
und wodurch so bekannt meine Gleiche.  
gen zwischen Licht und so alle Licht  
in A, ausgedrückt werden können  
so das alle Licht in der vorgegebenen Richtung  
und in der in A ausgedrückt sein  
werden und mir bekannt

$$\sin x = A_1 x - \frac{A_1^3 x^3}{3!} + \frac{A_1^5 x^5}{5!} - \dots$$

$$\cos x = A_0 x - \frac{A_1^2 x^2}{2!} + \frac{A_2^4 x^4}{4!} - \dots$$

Erücht manne mit. Dann & einen neuen  
Anspruch und beschränkt doch ist, für, & für die  
gewissen das der der Lauf. für dann (M) nach 3  
ist gerichtet, für einen. & für denselben (M) nach für

allen Wurzeln von  $x$  gilt. Diese hat 67.  
genau ist möglich mit mündel neu  
die festeren sind augenblicklich  
oben besprochen.

Denn hier hat doch  $A_1$  eine neue  
Klammer, so zu sagen und nachfolgend  
auch  $x$ , und schließlich  $x$  der  
die Cauchy also  $x$  bleibt, für jeden  
von  $x$ , weil die Cauchy von  $x$  in  
ist. - Ist aber  $x$  ein Moment der  
so ist  $x$  die Cauchy  $x$  falls  
dann ist  $x$  mit  $x$  die Cauchy mit  
Korollar 1. so  $m$  und  $\ln x = x$  und die  $x^2$   
 $x^3$ . - f. f. genügt man sich und  
bleibt  $x = A_1 x$  also  $A_1 = 1$

Ist aber  $x$  die Zahl der Grade so  $m$   
nach Prop  $180 : x = \pi : x$   
$$x = \frac{\pi x}{180}$$

also wird  $\frac{\pi x}{180} = A_1 x$  also  $A_1 = \frac{\pi}{180}$   
nach dem beginn ist.



ist nun  $A_1 = 1$  in  $x$  der Range 28  
Beytrag ist. 70 (siehe, mit den 28en

$$4) \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

$$5) \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$$

Ein drittes Bogen, wo man ist mit diesen  
Formeln unzufrieden, zu zeigen, dass die  
in  $\cos$  von  $(x+y)$  in  $(x-y)$ , multipliziert mit  
dieser  $\sin$  geben, herauskommt, dass man  
auch obigen zeigen die Taylorreihe  
kennen  $A)$  in  $B)$  also  $\sin x$  und  $\cos x$   
entwickeln, sind die diese Reihen mit  
den  $x$  oder  $y$  geben  $\pm$  erhalten, so muss  
es sein, sie sollen gleich sein, jedes  $x$   
 $x$ , weil dies Lagrange nach dem Ca.  
Satzes folgt. Und daher das Mittel  
gibt  $\sin$  und  $\cos$  in die Formel, die  
ist, ist  $\sin x \pm \cos y$  geben, und  
sich, es ist Identität, per se.   
Dieses zeigen ist, dass in II Lf. 2,  
Elem. Math. = richtig ist.

69.

# Die Differenzialrechnung

Vorläufige Bemerkung über polynomiale Ausdrücke

1. Der binomische Lehrsatz  $(a+b)^m = a^m + m a^{m-1} b + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} a^{m-2} b^2 + \dots$

2. Der Kettenbruch für  $a^x = 1 + \frac{x \log a}{1} + \frac{x^2 (\log a)^2}{2!} + \frac{x^3 (\log a)^3}{3!} + \dots$

wo der Logarithmus der natürlichen Potenz  $a^x$  ist.

man setze  $e = 2, 718 \dots$

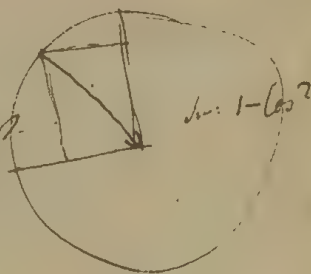
3. Der Kettenbruch  $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

mit  $\log a = x$  so daß  $e^x = a$

also  $\log e = x$  so daß  $e^x = e$  mit  $x=1$  ist.

ist  $\log e = 1$  ist. so abz. sich der

ist. für  $e^x$  auch  $a^x$ .



4. Der Kettenbruch für  $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$

5. Der Kettenbruch für  $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$

man weiß die Größe der Grade genau  
Lösungen des Logarithmus bedeutet.

6. Der Kettenbruch  $\log(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \dots$

Letztlich bemerkt man, daß man nicht mehr braucht

$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$   $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$

$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$   $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$

$\sin x + i \cos x = e^{ix}$

70 man hat für negativ  $x$   $e^{\pm x \sqrt{-1}} = \cos x \pm i \sin x$

Diese Reihe kann man auch in der  
Gleichung der Diff. Reihe ansetzen,  
wobei man sich auf die Ableitung  
ob es nicht auch durch die  
Funktion für alle  $x$  und elementar  
auswählen soll. Die binomische  
Formel ist die Voraussetzung zum Fortsetzen  
zu den Reizen, indem man für  
für  $x = (-x)$  nur in der  
Reihe steht, indem man ausrechnet  
alle mit  $x$ , die man auch  
bestimmt haben.

Ob  $f(x)$  eine beliebige Funktion  $x$  ist  
kann man sich auf  $(x+h)$  setzen  $f(x+h)$  nach  
 $f(x)$ , so ist  $f(x)$  die Funktion  $f(x)$  so  
 $f(x+h)$  ist die neue Reihe unter  $x$  und  $h$   
man hat  $h$ .

So man  $f(x) = x^m$  ist so wird  $(x+h)^m$   
man hat die Reihe nach  $h$  = Taylor



71.  
Zunächst ist klein  $h$  in der  $h$ -ten Potenz  
Grund  $f(x)$  zu sein. Das folgt aus  
 $f(x+h) - h=0$  so bleibt nur  $f(x)$  und  
wenn also die  $m$ -te Ableitung zu  $f(x)$  gehört  
muss.

muss  $f(x)$  sein mit dem Koeffizienten  
 $(x+h)^m$  ergibt das  $f(x)$  das  
Grund  $x^m$  ist  $f(x)$

Das zu dem Ausdruck  $x^m$  das  $f(x)$  ist  
muss mit  $f(x)$  übereinstimmen. Das ist durch  $f(x)$  gegeben  
muss das  $f(x)$  auch  $f(x)$  sein. Es ergibt sich  
dass man die  $f(x)$  ergibt  $f(x)$  ist. Das  
zu dem  $f(x)$  soll  $f(x)$  sein. Das  $f(x)$  ist  $f(x)$   
dieses  $f(x)$   $f(x)$  man ist die Ableitung  
des  $f(x)$   $f(x)$  nach  $x$  zu nehmen

Es soll sein in der  $f(x)$   $f(x)$   
Es soll sein  $f(x) = A \cdot x^m$   
soll ist  $f(x)$  die Ableitung nach  $f(x)$   
Es ist  $f(x)$  zu finden

Es ist  $f(x)$   $x$ ,  $(x+h)$  in  $f(x)$   
 $A \cdot (x+h)^m = A \cdot (x^m + m \cdot x^{m-1} \cdot h + \dots)$

Es ist  $f(x)$   $f(x) = m \cdot A \cdot x^{m-1}$   
Es ist  $f(x)$   $f(x)$   $f(x)$   $f(x)$

Man muss die Ableitung; an der Stelle, die man  
suchen will, ableiten, man auf  $a^x$   
 $a, (x+b)$  setzen.

II Beweis, dass  $f(x) = a^x$  die  
Ableitung zu  $f(x)$  ist.

Man setze  $y = a^x$ ,  $(x+b)$  und man erhält  
den Quotienten  $\frac{y}{x}$  man muss  $\frac{dy}{dx}$   
an der Stelle  $x$  ableiten.

$$a^{x+h} = a^x \cdot a^h = a^x (1 + h(\log a) + \dots)$$

$$\text{also ist } \frac{dy}{dx} = (\log a) a^x$$

$$\text{man } f(x) = a^x$$

III Beweis, dass  $f(x) = e^x$  man ist die  
Ableitung.

Man nimmt  $\frac{dy}{dx} = e^x \log a$  oder  
 $\log a$  ist  $\frac{1}{e}$  also ist

$$\frac{dy}{dx} = e^x$$

IV Beweis, dass  $f(x) = \log x$  die Ableitung  
zu  $f(x)$  ist.

Man nimmt  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$

$$\log(x+h) = \log x + \log\left(1 + \frac{h}{x}\right) = \log x + \frac{h}{x} - \frac{1}{2} \frac{h^2}{x^2} + \dots$$

Der Coeff. zu  $h$  der Ableit. ist also  $\frac{1}{x}$

Der Bruchtheil ist  $f(x) = \sin x$  die Ableit. zu gleich

wird dann folgende Formel.

$$\begin{aligned}\sin(x+h) &= \sin x \cdot \cos h + \cos x \cdot \sin h \\ &= \sin x (1 - \dots) + \cos x (h - \dots)\end{aligned}$$

Der Coeff. zu  $h$  ist  $\cos x$  das ist die Ableit.

Der Bruch. ist  $f(x) = \cos x$  die Ableit. zu find.

$$\begin{aligned}\cos(x+h) &= \cos x \cdot \cos h - \sin x \cdot \sin h \\ &= \cos x (1 - \dots) - \sin x (h - \dots)\end{aligned}$$

ist die Ableit.  $(-\sin x)$

Man kann auch das folgende Schema.

$$\begin{aligned}f(x) &= A \cdot x^m = a^x = e^x = \log x = \sin x = \cos x \\ f'(x) &= m A \cdot x^{m-1} = a^x \log a = e^x = \frac{1}{x} = \cos x = -\sin x\end{aligned}$$

Aber das sind einfache Funktionen  
die jetzt weiter gehen sind besonders wichtig  
zu sein. Es ist also die Ableit. von  
einer der Ableit. der einf. Funct. die Ableit. der



74. Einem gegebenen Fun: zu bilden  
und das durch zu finden, so ist die Diff  
A. unzulässig. Die Differenzieren ist  
nicht anders als die Ableitungen  
zu finden.

Diese drücken folgende Reihe

Beispiele.

Nun folgen nunmehr die Beispiele: Die  
Fug. haben die Form  $x(x+b)$  oder  
ist eine der beiden Fälle  $x$  oder  $b$   
von  $x$ .

Nach  $x$  folgt ist Funct.  $f(x)$  so wird  
 $f(x) = f(\varphi(x)) = \frac{d f(x)}{d \varphi(x)}$  (man ist: man 2. nachstehenden  
Formen anzulassen. Endlich, wie wird auch  
Formen fort analysieren zu können. Die Ableit  
nach  $f(x)$  ist  $d f(x)$ . Diese soll ist man  
 $\varphi(x)$  von Ableit, nach  $x$  finden, die man  
bezeichnet  $d \varphi(x)$ . Hier ist die Frage  
der  $f(x) = \varphi(x)$  ist ob

ob  $f(x) = d \varphi(x)$  gemacht sind sie  
nachstehend, man wird mit einer  
Form gegeben.

daß  $\delta f(x)$  muß  $= \delta \varphi(z)$  ist. zumeist gilt  
 durchweg.

für  $f(x) = \varphi(z)$   
 ferner zeigen wir, daß  $f(x+h) = \varphi(z+h)$  sein  
 muß. wenn wir an die obige Gleichung  
 den Faktor  $z = \varphi(z)$  setzen

$(z+h)$  setzen so folgt, daß  $x = \varphi(z)$   
 $x+h$  daß  $\varphi(z+h) = \varphi(z) + \delta \varphi(z)h + \dots$

und  $\varphi(z) = x$  da wir auch  $\varphi(z+h) = x + \delta \varphi(z)h + \dots$

Also ist  $f(x+h)$  muß  $= \varphi(z+h)$  sein  
 infolgedessen in  $x$  das setzen, welches  
 $x$  wird, wenn wir  $z = (z+h)$  setzen  
 daß  $x$  wird muß  $x+h$ , indem  $\varphi(z+h)$   
 oder das ist die neue Lage (Rz).

Daß nun  $f(x+h)$  und  $\varphi(z+h)$  notwendig  
 gleich sind. Da die Annahme muß  $\pm$  sein  
 so sind die ungleichen Gleichungen muß  
 selbst die Last muß nicht, also  
 muß die Ableitung muß d.h.  $\delta f(x)$  ist  
 muß  $= \delta \varphi(z)$

speziell muß gezeigt werden

daß für  $f(x) = x^m$ ,  $x = z^n$

$$f(x) = x, \quad \varphi(z) = z,$$

$$f(x+h) = x+m \quad z+m$$

$$x + \delta f(x) + \delta^2 f(x)h^2 + \dots$$

76. Sei  $f(z) = (z^n)^m = z^{nm} = \psi(z)$   
 Setze  $z = (z+h)$  und  $x = (x+h)$   
 so wird  $\psi(z+h) = (z+h)^{nm}$   
 $\psi(x+h) = (x+h)^{nm}$

$\psi(z+h) = (z+h)^{nm} = z^{nm} + mn z^{nm-1} h + \dots$   
 $\psi(x+h) = (x+h)^{nm} = x^{nm} + mn x^{nm-1} h + \dots$

minus

$x^{nm-1} = (z^n)^{m-1} \cdot z = z^{nm-n}$

so ist  $mn z^{nm-1}$  muss  $m z^{nm-n}$  gleich  
 sein. Das Ableiten hat nicht =

$f(z) = \psi(z) = \psi(z)$  positiver Beweis

$f(z) = z^{nm} = x^{nm}$   
 $\psi(z) = z^{nm}$  Setze  $z = (z+h)$  und

$\psi(z) = z^{nm}$   
 $\psi(z) = \psi(z+h)$  da  $f(z) = \psi(z)$  so ist

muss  $\psi(z+h) = f(z+h)$  d.h. dass muss  
 mit  $x$  muss man  $z$   $(z+h)$  setzen



mit  $x = \varphi(z) = z^n$  und ist  $\varphi'(z) = n z^{n-1}$  folgen

$$\begin{aligned} x_{z+h} &= (z+h)^n = z^n + n z^{n-1} h + \frac{n(n-1)}{2} z^{n-2} h^2 + \dots \\ &= x + n z^{n-1} h + \frac{n(n-1)}{2} z^{n-2} h^2 + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{da } f(x) &= x^m \text{ so ist } f(x_{z+h}) = (x_{z+h})^m = \\ &= \left( x + n z^{n-1} h + \dots \right)^m = \varphi(z+h) = (z+h)^{mn} = \\ &= \left( (z+h)^n \right)^m = \left( x + n z^{n-1} h + \dots \right)^m \end{aligned}$$

ist  $z$  nun ist  $\varphi(z) = z^n$  und ist  $\varphi'(z) = n z^{n-1}$  folgen, wenn  
 ist  $\varphi'(z) = n z^{n-1}$  und ist  $\varphi'(z) = n z^{n-1}$  folgen, wenn  
 das  $\varphi'(z) = n z^{n-1}$  und ist  $\varphi'(z) = n z^{n-1}$  folgen, wenn  
 $\varphi(z) = z^n$  und ist  $\varphi'(z) = n z^{n-1}$  folgen. — also ist

$$f(x) = \varphi(z) \text{ so ist } f'(x) = \varphi'(z)$$

Man ist die Lösung der  $\varphi'(x) = \varphi'(z)$  ist  
 man muss  $\varphi'(z) = n z^{n-1}$  und ist  $\varphi'(z) = n z^{n-1}$  folgen, wenn  
 $\varphi(z) = z^n$  und ist  $\varphi'(z) = n z^{n-1}$  folgen. — also ist



in Quadrat gebracht, und zur Leichtigkeit  
der Able. nicht geführt. Der Beweis  
ist also  $d(x) \cdot d\varphi(z) = d\varphi(z)$

man kann auch  
sagen für die spezif. Anwendung  
wobei ist  $x = \varphi(z)$  also man  
 $d(\varphi(z))$  oder  $d\varphi(z) \cdot d\varphi(z) = d\varphi(z)$   
also  $a \cdot b = a$ .

### Analogischer Beweis

$$x^m = (z^n)^m = z^{mn} \text{ setzt } z = \alpha + \beta$$

und  $(\alpha + \beta)^{mn} =$  dann  $x^m$  muss auch sein und, man ist wohl  $x$ ,  $\alpha + \beta$   
folgt. Also  $x = z^n$  also  $= (\alpha + \beta)^n$

mit ihm

$$(\alpha + \beta)^n = (\alpha + \beta)^{mn} \text{ oder } \alpha = x \text{ und } \beta = h$$

$$(\alpha + h)^n = (\alpha + h)^{mn}$$

### Leibniz'sche im Able. zu finden

zu finden  $d(x^3)$ . Das ist wohl  $d(x^m) = m \cdot x^{m-1} \Rightarrow 3x^2$

$$\text{ist } x = z^4 \text{ und } d(x) = d(z^4) = 4z^3$$

$$\text{und } x^3 = (z^4)^3 = z^{12} \text{ und } d(z^{12}) = 12z^{11}$$

Es sei nun  $f(x)$  beliebig. gesetzt. also  $x = \varphi(z)$   
so ist  $f(x) = f(\varphi(z)) = \varphi(z)$  so ist

$$d\varphi(z) = d f(x) \cdot d\varphi(z)$$



80.  $\text{Def. } f(x) = x^3$  (so ist  $\psi(z) = z^4$  und  $\psi(z) = z^{12}$ )  
 also ist  $12z'' = 3 \cdot x^2 \cdot 4z^3$  und muss sein  
 Def. ist weil  $x = z^4$  also  $3x^2 = 3z^8$  und  
 $3z^8 \cdot 4z^3 = 12z^{11}$ .

Beide 2 Ausdrücke  $12z^{11}$  und  $12z^{11}$  sind  
 also ist  $f(x) = x^3$  und  $\psi(z) = z^4$  und  $\psi(z) = z^{12}$   
 ist ist  $d\psi(z)$  muss  $= d(x)$  - Also bei Ablei-  
 tungen ist nicht mehr die Regel der Ablei-  
 tung zu beachten: sondern nur die Form  
 kann d/so ist d/so 2 Ausdrücke = sind  
 sind für die Form nach gleichmässiger  
 gerechnet. Sprich Algebra dass ist nur  
 nur die Form. und das muss also bei den  
 Ableitungen nicht mehr sein.

Ist  $x^3 = z^{12}$  und  $d(z^{12}) = 12z^{11}$  so soll

$d(x^3) = 12z^{11} = 3x^2 \cdot 4z^3$

$12z^{11} = 3z^8 \cdot 4z^3$

$4z^3 = 1$

man muss in der Form

dass ist in einem Buch steht nicht für  
 einen anderen Ausdruck, nur für eine  
 Form - das ist nicht mehr die Form

man ist  $d(x^3) = 3x^2$   
 da  $x = z^4$  so ist  
 $3x^2 = 3z^8$

Druckdruck im Ding zu sein 81.

Den Kaiser kaisert zu versprechen zu sein  
um den Kaiser nicht zu versprechen  
dieses ist es zum ersten Mal den Kaiser  
zu bezeugen. Dieses ist das erste

ist (2) Punkt: 3. d. und dieselbe einen  
Quadr. heraus, das mit dem beliebig  
beliebigen verknüpft, und mit in  
Punkt 2, und der Punkt folgt me  
mehrere verschied. Fälle zu bekommen,

so kann ich die Abb. von  $f(x)$  durch  $x$ , durch  $y$ , durch  $z$  etc. entwickeln. Will ich Abb. durch  $x$ , so wird ich erst  $x$ ,  $(x+h)$  setzen, will ich die Abb. durch  $y$ , so wird ich erst  $y$ ,  $(y+h)$  setzen. in f. f. in jedem Falle ist die Abb. anders.

deser will ich doch dieß anerkennen  
waghaft machen. —

fordern ist?  $\alpha$  nachfolgend, weil ich doch  
 alle folgenden Worte und das Ding  
 mit  $\alpha$  und das die Ableitung von  $\alpha = \frac{d}{dx}$

Die wofy,  $\frac{9}{7}$  i f. p. — 1 L. von Ruff, f.  
d's m. v. d' Olay wof r. grolkay, in d'  
fand: r. yon thumet wof f. d's u. d' d'ter,

$f(x) = \varphi(z)$  so ist

82.

weil man  $f(x) = \varphi(z)$   
 $\frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dz} \varphi(z)$  man  
 hat die Ableitung auf  $x$ , ferner  
 auf  $z$  gesetzt so ist

$$\frac{d}{dx} x = \frac{d}{dz} z \text{ mit } z = x$$

folgendes Beispiel betrachte  $z$  und  $x$  einander  
 zugeordnet

man setze in  $z$  und  $x$  die Ableitung  
 alle  $x^3$  auf  $z$  ist  $3x^2$  also  $\frac{d}{dx} x^3$   
 man muss nur  $\frac{d}{dz} (x^3)$  setzen  $\frac{d}{dz} (x^3)$   
 und  $12z^{11}$  ist also  $z^{12}$  auf  $z$  und dinge  
 ist also  $\frac{d}{dz} (z^{12})$ . Daraus man  
 $\frac{d}{dz} (z^{12})$  und  $\frac{d}{dx} (x^3)$  miteinander  
 vergleichen  $\frac{d}{dz} (z^{12}) = \frac{d}{dx} (x^3)$   $\frac{d}{dz} (z^{12}) = 12z^{11}$   
 so ist  $\frac{d}{dx} x = 1$  also muss sein  $\frac{d}{dz} (z^4) = 4z^3$   
 sondern  $\frac{d}{dz} x = 4z^3$

weil  $\frac{d}{dx} x$  gegeben sind  
 man ist  $x, x+h$  in  
 in  $x$  und  $x+h$  in  
 in  $x$  und  $x+h$  in  
 $(x+h)' = x' + h' + \dots$   
 $= x + h + \dots$   
 die Ableitung ist 1.

weiter man das Differential in  
 $\frac{d}{dx} x = \frac{d}{dz} x \cdot \frac{d}{dz} z$  und man  $a = a \cdot b$   
 man, ist  $a = a \cdot b$   
 das ist  $\frac{d}{dx} x = \frac{d}{dz} x \cdot \frac{d}{dz} z$  \*

Setze also  $y = (x)$  und  $z = (z)$  so man  
 $\frac{d}{dz} y = \frac{d}{dx} y \cdot \frac{d}{dz} x$  aufzuheben und  
 $\frac{d}{dz} y = \frac{d}{dx} y \cdot \frac{d}{dz} z$   
 das ist die Kettenregel der Diff. Kette







Wenn  $\frac{\partial z}{\partial v}$  gegeben. Dann ist  $= \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial v}$

Dieses Resultat so geschrieben werden

$$\text{II } dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy \text{ und dieses}$$

Resultat ist das allgemeine Resultat.

Es versteht sich, dass man  $x$  (y) als eine Funktion von  $v$  (u)

mit  $x = (v)$  denken ist mit  $x$

oder  $x$  unabhängig, und  $v$  dort selbst, absolute,  
oder variable relative.

Das III. Hauptsatz ist ist  $z = f(x, y, u)$

wo  $x$  und  $y$ , oder  $u$  funktionen von  $v$  sind

so ist  $z$  eine Funktion von  $v$  ist.

$$\text{III } \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial v} \text{ oder}$$

$$\text{III } dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy + \frac{\partial z}{\partial u} du$$

Analog geht dies so fort. —

Wird dieses Resultat in die Diff. Aufg. ba.  
eingesetzt.

Dann bringt man das II. Resultat.



86.

Es muss so angenommen sein. I. Teil.  
 Also muss  $\frac{dZ}{dt}$  gefunden werden  
 in  $Z$ ; gesetzt  $v = v + h$ . Die Werte in  $Z$   
 $v$  muss verändert. Es ist die Frage, muss  
 $v$  abt.  $x$ , und muss  $v$  abt.  $y$  sein  
 $v = v + h$  ist. Setzt  $Z = f(x, y)$  so  
 muss  $Z_{v+h} = f(x + H, y + H_1)$  wenn  
 das obigen, wenn ist

$$H = \frac{\partial x}{\partial v} h + \dots \text{oder die v. grunde.} = \frac{\partial x}{\partial v} h + \dots$$

$$H_1 = \frac{\partial y}{\partial v} h + \dots = \frac{\partial y}{\partial v} h + \dots$$

Man sieht, dass  $\frac{dZ}{dt}$  muss auf  $v$   
 wenn  $Z_{v+h}$  die neuen Potenzen von  
 $H$  und  $H_1$  zu nicht gehen, also dass  
 $\frac{dZ}{dt}$   $H$ , und  $H_1$  die Werte zu nicht  
 werden und man muss  $\frac{dZ}{dt}$   
 man  $h$  bekommen.

Also ist  $f(x + H, y + H_1)$  in  
 dem  $\frac{dZ}{dt}$  grunde.  $\frac{dZ}{dt}$  zu verwenden.

Die übrigen Begriffe beweist man, und  
dass zu noch aus dem

$$\frac{dz}{V} \text{ zu w.} \quad \text{man } z = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$(x+h) = (x) + d(x)h + \dots$$

$$x + \frac{dx}{V}h + \dots = x + \cancel{dx}$$

$$= y + \frac{dy}{V}h + \dots = y + H,$$

$$\text{also } z_{x+h} = f(x+H, y+H) = \cancel{(x)} + d(\cancel{x})H + \dots$$

$$= f(\cancel{x}, y+H, H) = \cancel{(x)} + \cancel{(y)} + d(\cancel{x})H + d(y)H + \dots$$

$$= (x, y+H) + d(x, y+H)H + \dots$$

$$= \left( x, y + \left( \frac{dy}{V}h + \dots \right) \right) + d\left( x, y + \left( \frac{dy}{V}h + \dots \right) \right) \frac{dx}{V}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}$$

$$+ \frac{dz \cdot dx}{V} + \frac{dy \cdot dx}{V}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{V}$$





so, damit die Ableitung der Ableitung von  $(x)$  in  $(z)$  ausgedrückt wurde.

Es sei  $\frac{dy}{dx}$  nun in  $y$  statt  $z$   $(z+h)$  setzen in  $z$  und  $h$   $\frac{dy}{dx}$  und das Ganze von  $h$  nehmen.

Nun ist  $y$  gegeben  $= (x)$  und  $x = (z)$  und es muss zeigen was man mit  $x$  nun in  $z$  statt  $z$ ,  $z+h$  setzen, bezeichnen in  $h$  nun  $x$  durch  $x_{z+h}$  so muss es =

$$x_{z+h} = (z+h) = (z) + \frac{dx}{dz}h + (-)h^2 + \dots = x + \frac{dx}{dz}h + \dots$$

$$= x + \left[ \frac{dx}{dz} \right] h$$

also  $(x) = (x+h)$  die Aussage ist also  
 in  $(x) = (x+h)$  muss man mit  $y$   $dx = (x)$  ist.

$$\text{oder } (x+h) = (x) + \frac{dx}{dx}h + (-)h^2 + \dots$$

$$= y + \frac{dy}{dx}h + \dots \quad \text{da } h = \frac{dx}{dz}h + \dots$$

$$= y + \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dz}h + (-)h^2 + \dots$$

Die Ableitung ist also für  $y$  nun  $x$  in  $x+h$  oder  $z$  in  $(z+h)$  ist ungenau. Wir setzen gleiches  $dx$  also die  
 $\frac{dy}{dz} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dz}$  oder  $dy = \frac{dy}{dx} \cdot dx$ . dieser Ableitung ist ausgedrückt.  
 durch die Ableitung von  $(x)$  in  $(z)$  mit  $\frac{dy}{dx}$  und  $\frac{dx}{dz}(x)$  und  
 $\frac{dx}{dz}$  und  $\frac{dx}{dz}(z)$  multipliziert

## II. Beispiele

90.

ist  $z = f(x, y)$  und  $x = (v)$  und  $y = (v)$   
 dann ist  $z$  auf eine Funktion von  $v$  und da  
 $v$  <sup>unveränderlich</sup> ~~invariant~~ <sup>invariant</sup> ist, ist  $z$  eine  
 Funktion von  $\frac{d}{dv} z$  ausgedrückt durch  
 die Ableitung von  $(x$  und  $y)$ .

Gef. all also in  $f(x, y)$  setzt  $v$ ,  $(v+h)$  für  
 oder  $x = (v)$  und  $y = (v)$  so ist die Frage  
 nach  $z$  und  $y$

$$\begin{aligned} z_{v+h} &= (v+h) = (v) + \frac{d}{dv}(v)h + (\quad)h^2 + \dots \\ &= x + \frac{d}{dv}xh + \dots \\ &= x + \frac{d}{dv}xh \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{und } y_{v+h} &= (v+h) = (v) + \frac{d}{dv}(v)h + (\quad)h^2 + \dots \\ &= y + \frac{d}{dv}yh + \dots \\ &= y + \frac{d}{dv}yh \end{aligned}$$

mithin  $(x, y) = [x + \frac{d}{dv}xh, y + \frac{d}{dv}yh]$ . Das ist nur  
 die Funktion  $[x + \frac{d}{dv}xh, y + \frac{d}{dv}yh]$  in  $z$  und  
 also muss zeigen man  $\frac{d}{dv}z$  ist  $\frac{d}{dv}z$  und  
 das folgt ist dann  $\frac{d}{dv}z$  und  $\frac{d}{dv}z$  ist  $\frac{d}{dv}z$   
 so bekannt ist  $\frac{d}{dv}z$  und  $\frac{d}{dv}z$  ist  $\frac{d}{dv}z$   
 und  $\frac{d}{dv}z$  ist  $\frac{d}{dv}z$  d. h.  $\frac{d}{dv}z$  ist  $\frac{d}{dv}z$

in  $z$  durch  $x, y$  setzen. —

Ist dann eine obere  $[x+h, y+h]$  mit  
 einem Punkt  $z$  aus  $x+h$  verbunden, in  
 welchem, wenn  $z$  für  $z$  in  $z$  steht  
 $h$  unabhängig, jedes Glied dieses  $z$  in  $z$  functionis  
 unter  $z$  und  $z$  durch  $z$  setzen  
 und  $(y+h)$ . Ist dann obere

$$Z_{x+h} = [x+h, y+h] = (x, y+h) + \frac{\partial}{\partial x}(x, y+h)h + \frac{1}{2}h^2 + \dots$$

setzen in  $z$  durch  $h$  den Wert  $\left[\frac{\partial}{\partial x}h + \dots\right]$

in  $z$  durch  $h$  den Wert  $\left[\frac{\partial}{\partial y}h + \dots\right]$  so wird

$$Z_{x+h} = \left(x, y + \left[\frac{\partial}{\partial y}h + \dots\right]\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(x, y + \left[\frac{\partial}{\partial y}h + \dots\right]\right)\left[\frac{\partial}{\partial x}h + \dots\right] + \dots$$

damit  $z$  für  $z$  und  $z$  durch  $h$  den Wert  $z$  und  $z$  durch  $h$  den Wert  $z$

$$\begin{aligned} \left(x, y + \frac{\partial}{\partial y}h + \dots\right) &= (x, y) + \frac{\partial}{\partial y}(x, y)\frac{\partial}{\partial y}h + \dots \\ &= z + \frac{\partial}{\partial y}z \cdot \frac{\partial}{\partial y}h + \dots \end{aligned}$$



92.

Übungsaufgaben an der Formel.

Die I. Formel kann man sich mit der  $\frac{a}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c}$  verbinden und erhält  $\frac{\partial}{\partial c} a = \frac{\partial a}{\partial b} \cdot \frac{\partial b}{\partial c}$  oder

$$\partial a = \frac{\partial a}{\partial b} \partial b$$

also  $\frac{\partial}{\partial v} (v^2 \cdot \sin v)$  zu finden. Ist folgend

$v^2 = x$  ist  $\frac{\partial}{\partial v} (x \cdot y)$  zu finden. Das ist der Fall der II. Formel  $z = f(x, y)$   
 $\partial z = \frac{\partial z}{\partial x} \partial x + \frac{\partial z}{\partial y} \partial y$

Demnach ist  $\partial b (x, y) = y$ . und die Formel  
 $\partial (A x^m) = m A x^{m-1}$  und  $x \cdot y$  ist für  
 $y \cdot x' = 1 \cdot y x = y$

also  $\frac{\partial x}{\partial x} = y$  wenn  $\frac{\partial x}{\partial y} = x$  oder

$$\partial (x y) = y \partial x + x \partial y$$

$\partial x = 2v$  nach Formel  $\partial (x^m) = m \cdot x^{m-1}$

$\partial y = \cos v$  also

$$\partial (v^2 \sin v) = \sin v \cdot 2v + v^2 \cos v$$



$$5^{20} \quad \partial \left( \frac{x^2 \log v}{\log v} \right) \text{ zu finden}$$

$$\partial \left( \frac{x}{y} \right) = \frac{1}{y} dx + \left( -\frac{x}{y^2} \right) dy$$

nehmen in v. u.  $\partial \left( \frac{x \cdot y}{u} \right)$  so macht u. formel

$$\text{u. d. Substitution } dz = \frac{y}{u} dx + \frac{x}{u} dy - \frac{xy}{u^2} du$$

$$dx = zu$$

$$dy = \frac{1}{v}$$

$$du = \frac{1}{\cos v^2}$$

u. d. Substitution

$$W^{20} \quad y = \sqrt{1 - ax^2} = \sqrt{z} \quad \begin{aligned} \text{d. f. } z &= 1 - ax^2 = 1 - u \\ \text{d. f. } u &= ax^2 = aW \\ \text{d. f. } W &= x^2 \end{aligned}$$

da aber nun y durch u. u. in der u. u.  
z, die u. u. z in der u. u. u, die u. u. u.  
Nun ist formel  $dy = \frac{y}{z} dz$

$$\text{Nun ist } \sqrt{z} = z^{\frac{1}{2}} \quad \text{u. d. } \frac{dy}{z} = \frac{1}{2} z^{-\frac{1}{2}}$$

$$dy \text{ also} = \frac{1}{2} z^{-\frac{1}{2}} dz$$

$$dz = \frac{dz}{u} du$$

$$\frac{d(1-u)}{u} \text{ direkt gegeben}$$

$$\frac{d(1-u)}{(1-u)} = -1 \quad \text{da aber } \frac{dz}{u} \text{ also } -1 \text{ d. f.}$$

$$dz = -1 \cdot du$$





eine Funktion  $y = f(x)$  finden  
 ist sehr leicht  $\frac{y}{x} = \frac{f(x)}{x}$  und dann in der  
 $h+h$  steht  $h$  so bekommen wir zwei  
 gleiche Werte  $y(x+h)+h$  und  $y(x+h)+h$  aber  
 ein wenig  $\frac{y}{x}$  ist  $\frac{f(x)}{x}$

$$\begin{aligned}
 y(x+h)+h &= y + f'(x+h) \cdot h \text{ was } f(x) \\
 &\quad + \frac{f''(x)}{2!} h^2 + \dots
 \end{aligned}$$

Auch wenn  $h$  sehr klein ist  $y$  ist  
 $h=0$  dann bleibt  $y = y$   
 der Wert  $y$  wenn man  $f'(x)$   $f''(x)$  hat  
 weil  $y$  nur  $x$  abhängt sind  
 man soll nur  $f'(x)$   $f''(x)$   $f'''(x)$  setzen. Bei  
 das kleine  $h$  ist

$$\begin{aligned}
 y(x+h)+h &= y_{x+h} + f'(x+h) h + \frac{f''(x+h)}{2!} h^2 + \dots \\
 &\quad + \frac{y}{x} h + \frac{f''(x)}{2!} h^2 + \dots
 \end{aligned}$$





also  $dy$  wenn  $dx$  constant ist =  
 $= dp \cdot dx$ , ist da variabel  $p$   
 $m \cdot c = dp \cdot dx + p \cdot d^2x$ , muss ein

zusatz der diff. Kurf. ist

kommt die Lösung der diff. Kurf. nicht mehr zu  
 Anwendung der Kurf. ist

Die diff. Kurf. ist mit der diff. Kurf.  
 Kurf. zu setzen, und mit der diff.  
 Kurf.  $\frac{dy}{dx}$  von der

der  $dx = p \cdot dy$  und  $dy = p \cdot dx$   
 Kurf. ist das Kurf. der  
 Kurf.  $\frac{dy}{dx}$  Kurf. ist, so Kurf.

ist die Kurf. Kurf. mit Kurf. Kurf.

Alle Kurf. der Kurf. sind  
 Kurf. der Kurf. Kurf.  
 Kurf. Kurf. der Kurf. Kurf.  
 Kurf. Kurf. der Kurf. Kurf.  
 Kurf. Kurf. der Kurf. Kurf.  
 Kurf. Kurf. der Kurf. Kurf.

Alle Funktionen der Form  $e^{ax}$  sind  
 von der Form  $e^{ax}$  oder  $e^{-ax}$   
 in  $e^{ax}$  oder  $e^{-ax}$

Es ist nun die Ableitung von  $e^{ax}$  zu  
 berechnen. Wir setzen  $y = e^{ax}$  und  
 ableiten. Wir erhalten  $y' = a e^{ax}$   
 oder  $y' = a y$ . Dies ist die  
 Differentialgleichung  $y' - a y = 0$ .

Die allgemeine Lösung ist  $y = C e^{ax}$ .  
 Wir setzen  $C = 1$  und erhalten  $y = e^{ax}$ .

Wir setzen  $y = e^{-ax}$  und ableiten.  
 Wir erhalten  $y' = -a e^{-ax}$  oder  $y' = -a y$ .

Die allgemeine Lösung ist  $y = C e^{-ax}$ .  
 Wir setzen  $C = 1$  und erhalten  $y = e^{-ax}$ .

Wir setzen  $y = e^{ix}$  und ableiten.  
 Wir erhalten  $y' = i e^{ix}$  oder  $y' = i y$ .

Die allgemeine Lösung ist  $y = C e^{ix}$ .  
 Wir setzen  $C = 1$  und erhalten  $y = e^{ix}$ .

Wir setzen  $y = e^{-ix}$  und ableiten.  
 Wir erhalten  $y' = -i e^{-ix}$  oder  $y' = -i y$ .

Die allgemeine Lösung ist  $y = C e^{-ix}$ .  
 Wir setzen  $C = 1$  und erhalten  $y = e^{-ix}$ .

Wir setzen  $y = e^{ix}$  und ableiten.  
 Wir erhalten  $y' = i e^{ix}$  oder  $y' = i y$ .

Die allgemeine Lösung ist  $y = C e^{ix}$ .  
 Wir setzen  $C = 1$  und erhalten  $y = e^{ix}$ .

## II<sup>tes</sup> D(arc. sin x) zu finden

es ist nur wegen y der die Logarithmus  
 sein soll der in neu y geworfen sein ist  
 & findet. so man da sein neu arithmetisch  
 ablesen, so ist möglich. also ist  
 arcus. sin(x). Das muß also die  
 zwischen uns liegen, erst suchen man zu  
 erhalten. Jeder müßte es aus neu  
 sein.

Set  $\text{arc sin } x = y$  so ist  $\sin y = x$ .

man y in x ausgedrückt so wird auf

ist:  $\sin y = x$  so ist  $x =$

$\frac{e^{yi} - e^{-yi}}{2i}$  moment y zu finden ist.

also  $e^{yi} = z$  und  $e^{-yi} = \frac{1}{z}$

so wird  $x = \frac{z - \frac{1}{z}}{2i}$  das ist ein quadrat.

man z auszulösen. und man bekommt

$$z^2 - 2ix \cdot z - 1 = 0$$

$$z = ix \pm \sqrt{1 - x^2} = e^{yi} \text{ daher}$$

$$yi = \log(ix \pm \sqrt{1 - x^2})$$

$$y = \frac{1}{i} \log(ix \pm \sqrt{1 - x^2}) \text{ die funktion ist also}$$

$$\text{da } y = \text{arc sin } x \text{ so ist}$$



$\partial(\arcsin x) = \partial\left(\frac{1}{i} \cdot \log(ix \pm \sqrt{1-x^2})\right)$  der A. d. y  
 weil das ist zu erst Produkt: weil  $\partial(xy) = y \partial x + x \partial y$  wo  
 wird  $= \frac{1}{i} \partial \log(ix \pm \sqrt{1-x^2})$  weil  $\partial(\log x) = \frac{\partial x}{x}$

$$= \frac{1}{i} \cdot \frac{\partial(ix \pm \sqrt{1-x^2})}{ix \pm \sqrt{1-x^2}}$$

der Zähler ist Summe d. diff.

$$= \frac{1}{i} \frac{i dx \pm -(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} x dx}{ix \pm \sqrt{1-x^2}}$$

weil  $\sqrt{1-x^2} = (1-x^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$

$$= \frac{1}{i} \cdot \frac{\partial x (i \mp (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}) \cdot x}{ix \pm \sqrt{1-x^2}}$$

weil  $\partial(1-x^2) = 0 - (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \partial x$

weil wir Nenner durch  $\mp(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$  multipl.:

$$= \frac{x \cdot \sqrt{1-x^2} \mp x}{(ix \pm \sqrt{1-x^2}) \sqrt{1-x^2}} dx$$

weil: d. Nenner durch i multipl.

weil  $\frac{1}{i} = -i$  wird  $\frac{\sqrt{1-x^2} \pm ix}{(ix \pm \sqrt{1-x^2}) \sqrt{1-x^2}} dx$

$$= \frac{\pm dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

oder der die Symmetrie ist, so kann man auch:  
 durch den Nenner

Also aus d. G.  $e^{\pm iy} = \cos y \pm i \sin y$  weil die Euler'sche Formel.  
 weil der ist  $y = \frac{1}{i} \log(\cos y \pm i \sin y)$  der  $\sin y = x$  ist so ist  
 also ist nach d.  $\cos y = \sqrt{1-x^2}$

Um den Wert zu finden, ist notwendig  
 die Gleichg.  $\arcsin x = y$  zu setzen  
 $x = \sin y$

den Wert, wenn  $x$  vorgegeben ist  $dx = \cos y \cdot dy$   
 oder  $dy = \frac{dx}{\cos y} = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

### III. Beispiel

$\arccos x$  zu finden

ist  $\arccos x = y$  (im Bogenmaß) so ist  $\cos y = x$   
 wird aber für gegebenes  $x$  gesucht  
 und  $y = \frac{1}{i} \log(x + i\sqrt{1-x^2})$ , so ist

$$dy = \frac{1}{i} \frac{(1 + i \frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}})(-ix) dx}{x + i\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{i} \frac{-i(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} x \cdot dx}{x + i\sqrt{1-x^2}}$$

$$\text{da } \sqrt{1-x^2} \text{ multipl.} = \frac{1}{i} \frac{(\sqrt{1-x^2} - ix) \cdot dx}{x + i\sqrt{1-x^2} \cdot \sqrt{1-x^2}}$$

und imaginäres  $i^2 = -1$  gibt

$$dy = - \frac{x + i\sqrt{1-x^2}}{x + i\sqrt{1-x^2}(\sqrt{1-x^2})} dx = - \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

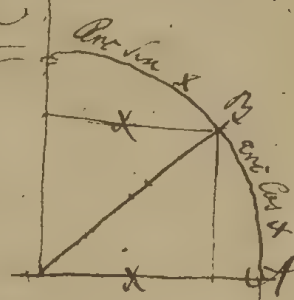
kurz

$$x = \cos y \\ dx = d(\cos y) = -\sin y \cdot dy = \frac{dx}{dy} = -\frac{dx}{\sin y} \\ = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

Der Log. sind hier natürlich, mellen  
und der Log. nach Stachel Log. zu  
finden, so reduziert man die Log. auf  
einen Log.

Algebra. Substanz

$$\arccos x + \arcsin x = \frac{1}{2}\pi \text{ oder}$$



$$D(\arccos x) = -D(\arcsin x), \text{ oder}$$

die Ableitungen sind gleich. Und  $\arccos x$   
fortwährend, viele Ableitungen, namentlich  
wollen wir  $\pm x$  mit  $\pm x$  und  $\pm x$   
Ableitungen, namentlich der Log. und  
viele Ableitungen.

IV. Log.

$D(\arctan x)$  zu finden

ist  $\arctan x = y$  (bzw.) so ist  $\tan y = x$ .

$$\tan y = \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{(e^{yi} - e^{-yi}) \cdot i}{i(e^{yi} + e^{-yi})} = x$$

Alle die Log. sind hier, oder man mag,  
einen Log. mit  $\tan y$  oder  $y$  oder  $e^{yi} = x$   
finden, weil sie alle  $e^{yi}$  zu finden





Da nun  $1+x^2 = (1+ix)(1-ix)$ , da man  
 $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ ,  $1+x^2$  ist wie  
 $= 1-i^2 x^2$ , weil  $i^2 = -1$ .

Daher ist  $\sqrt{1+x^2} = \sqrt{(1+ix)(1-ix)}$

und  $1+2x = \sqrt{(1+2x)^2}$ , zum Wurzeln

dividiert man nur den Rad. dividiert  
 ad den Vork. genau ganz so erhalten wir

$$y = \frac{1}{i} \log \sqrt{\frac{(1+ix)^2}{(1+ix)(1-ix)}} = \frac{1}{i} \log \sqrt{\frac{1+ix}{1-ix}}$$

$\log y$  ist = man  $\log$  des Radikanden. Da  
 Integral es von dividiert wird also  $\frac{1}{i} \log a = \frac{\log a}{i}$

$$y = \frac{1}{i} = \frac{1}{2i} \log \frac{1+ix}{1-ix}$$

Man dividiert

$$\left. \begin{aligned} e^{iy} &= \cos y + i \sin y \\ e^{-iy} &= \cos y - i \sin y \end{aligned} \right\} \text{dividiert das am Ende}$$

$$e^{2iy} = \frac{\cos y + i \sin y}{\cos y - i \sin y} = \frac{1 + i \tan y}{1 - i \tan y} \quad \text{man ist fertig}$$

$$\text{und man w. dann } \cos y \text{ dividieren} = \frac{1+ix}{1-ix}$$

$$\text{also } y = \frac{1}{2i} \log \frac{1+ix}{1-ix}$$

Arbeits die Grundz.

Die gesuchte Reihe. Ist die Entwicklung von  $y$  in unendliche Potenzen von  $x$ , der  $y$  der Logarithmus  $x$  der  $\log$  - so kann ich den Log  $y$  in  $x$  ausdrücken. Die unendliche Reihe von  $\log$ : z.B.

ist  $\log(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \dots$

$$\log(1+ix) = \frac{ix - \frac{1}{2}i^2x^2 + \frac{1}{3}i^3x^3 - \dots}{1+ix} = \dots$$

$$= x(i - \frac{1}{3}i^3 + \frac{1}{5}i^5 - \dots)$$

$$\text{also } y = \frac{2}{2i} \left( \dots \right)$$

$$y = x - \frac{1}{3}i^2x^3 + \frac{1}{5}i^4x^5 + \dots \text{ da } i^2 = -1$$

$$y = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + \dots$$

Im Logarithmus von  $45^\circ$  der  $\frac{1}{4}$  Teil  $\frac{\pi}{2}$  ist  $\frac{\pi}{4}$   
 der Logarithmus  $= \frac{1}{4}\pi$  der zu den  $\log = 1$ .

$$\text{also } \frac{\pi}{4} = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots$$

$$\pi = 4 + \frac{4}{3} - \frac{4}{5} + \frac{4}{7} - \frac{4}{9} + \dots = 3,14$$



Wir haben zu  $\frac{1}{2i} \log \frac{1+ix}{1-ix}$  123  
 finden  

$$= \frac{1}{2i} \left[ \frac{i}{1+ix} + \frac{i}{1-ix} \right] \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2i} (\log 1+ix - \log 1-ix) \right)$$
  

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1+ix} + \frac{1}{1-ix} \right) \frac{\partial x}{\partial x} = \frac{\partial x}{1+x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \log x$$

oder  $\left( \frac{\log y}{\cos y} \right)$   
 $x = \tan y$   
 $\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\tan y) = \frac{1}{\cos^2 y} \cdot dy$   
 oder  $dy = \frac{\partial x}{\partial y} \cdot \cos^2 y$   $\cos^2 y = \frac{1}{1+\tan^2 y} = \frac{1}{1+x^2}$   
 $dy = \frac{\partial x}{1+x^2}$

oder  
 $\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{i} \log \frac{1+ix}{1-ix} \right)$  ergibt denselben oder  
 $\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{i} \log \left( \frac{\sqrt{1+x^2}}{1-ix} \right) \right)$

Grundriss der Diff. Auf.  
 auf Math.-Physik <sup>Geometrie</sup> und <sup>Analysis</sup>  
 wie den letzten Jahren fort. steht.



Der Quotient und sein Wert unendlich  
und der Rest und sein Wert unendlich  
Aber in der Analysis ist das Mittel  
dieses. Die Approximation ist  
dieses. Man kann mehr  
als in der Analysis.

$$a^x = a^x + a^x \log a x + a^x (\log a)^2 \frac{x^2}{2!} + \dots$$

Das ist die Ableitung von  $a^x$  also  $x=0$  ist 1.

und man kann prüfen  $1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

zu approximieren  $\log(a+x) = \log a$   $\log 0 = 1 = \dots$   
für  $\log a$  muss man  $\log a$  setzen  $\frac{1}{1} = 1 = 0$

$$\log(a+x) = \log a + \frac{1}{a} x + \frac{1}{2a^2} x^2 + \frac{1}{3a^3} x^3 + \dots$$

Die Ableitung von  $\log(a+x)$  ist 1.

$$\log(a+x) = \log a + \frac{x}{a} - \frac{1}{2a^2} \frac{x^2}{2!} + \frac{1}{3a^3} \frac{x^3}{3!} - \frac{1}{4a^4} \frac{x^4}{4!} + \dots$$



ist  $a = 1$  so wird  $\log(1+x)$

so wird  $\log 1 = 0$ . oder  $\log 1$  ist immer  
gleich Null. Derenhalben ist  $\log 1 = 0$ .  
Im Mittel ist  $\pm 2\pi \sqrt{-1}$

Das Magdonische Lufschiff ist  
in der Luft ist magdonisch, ist  
ist nicht ein Variationsproblem  
ist schon so groß in planischen  
später so ganz möglich

Im ersten Satz ist die  
Gleichung  $\frac{a}{b}$  zu bestimmen. Nach der  
Theorie kann dieses Produkt in zwei  
oder in ein ist gegeben sein.  
 $\frac{(p-q)a}{(p-q)b}$  dieses ist  $\frac{a}{b}$  oder es ist  
man kann dann zeigen das kann man  
mit einem Symbol ist. und  
wenn  $p=q$ . so wird durch Gleichung  
 $\frac{a}{b}$ , oder dieses Produkt ausgedrückt  
mit ist die Form nicht anzuwenden.

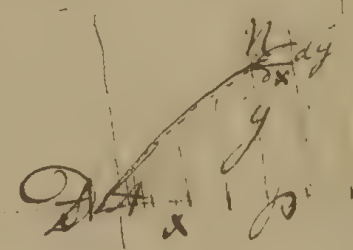
Alle Funktionen in man nimmt April nicht kennen  
 man k. können viel leicht durchschauen und dann  
 die Natur des unbest. Integrals zu x.  
 o. man kann k. über - für gewisse k. alle gilt  
 die d. p. inf.

Annahme:  $f(x+h) = \left[ \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \cdot \frac{h^2}{2!} \right]$  in der Taylor-  
 Reihe, wobei  $\frac{d^2 f(x)}{dx^2}$  die zweite Ableitung ist  
 und alle anderen  $\frac{d^3 f(x)}{dx^3}$  etc. sind  $\frac{d^3 f(x)}{dx^3} = \left[ \frac{d^3 f(x)}{dx^3} \cdot \frac{h^3}{3!} \right]$  usw.  
 Somit kann man die Taylor-Reihe mit  $\frac{h^2}{2!}$   
 multiplizieren:  $f(x) = \left[ \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \cdot \frac{x^2}{2!} \right]$   
 Maillart'sche Regel

Quadrat der Ordnung

Das Quadrat ist ein  $2^{\text{te}}$  M. in  
 der Ordnung. Man kann die  
 Quadrat in  $f(x)$  finden, wie  
 man die  $f(x)$  findet. Das ist  
 die  $f(x)$  in  $x = \frac{1}{2}$  mit der Ordnung  
 Man ist auf  $f(x)$  zu  $x$  oder man  
 $= f(x)$

$y = f(x)$



Man muss die Differentialen  $dx$  und  $dy$  kennen  
 man ist  $dy = f'(x) \cdot dx$  und die Differentialen  
 der Funktion  $f(x)$  sind  $dy = f'(x) \cdot dx$  oder  $dy = f'(x) \cdot dx$

129. Subnormal allg. fall  $f$  ist eine stetige Funktion  
 der  $\frac{dy}{dx} = f(x)$  ist.  $f(x) = f(x)$

1)  $x$  mussen in  $h$  eingehen  
 $x$  mussen in  $h$  eingeht  $h$  in  $x$   
 muss  $y$  und  $h$   $f(x+h)$  das dann  
 jeweils  $h$  auf  $h) + (h) =$

Quadranten & Radius  $A_1 + A_2 h + A_3 h^2 +$

$$2) \psi(h) = C + C_1 h + C_2 h^2 + \dots$$

3)  $\varphi(h) = b_0 + b_1 h + b_2 h^2$

large number  $\psi(h)$  integers in the interval  $h$  to  
 $\psi(h) + h$  for which  $C = A$  is true, hence is  
 it more likely, more to each  $\psi(h)$  be  
 sufficient to subtract 1 from 2 and 3 for the

$$\text{I } \psi(h) - f(h) = (C-A) + (C-A_1)h + \dots$$

$$\text{II } \varphi(x) - f(x) = (k_1 - A_1)x + (\dots)x^2 - \dots$$

en ook de heren van de 2<sup>de</sup> Klasse  
 gezet, moet niet veelal in een  
 Cijfer = 10 is. dan te komen vijf in het  
 dat, afgeleid van de andere







ist die Zeit  $t$  und das Bewegungsgesetz  
 fragen <sup>Weg</sup> nach dem das Zeit ist Punkt  
 von  $t$ . Da ist die Differentialrechnung  
 Beweis  $f(t)$ , also ist  $ds = v \cdot dt$  und  
 $ds = \varphi dt$  und  $\varphi$  die Geschwindigkeit  
 welche in der Zeit  $dt$  um  $ds$  blunzt  
 zum ausb. m. w. l.

## II. Integralrechnung

ist ein Wert Punkt zu finden —  
 Grenzwert, wenn Punkt  $(x)$  nach  $x$   
 hinwächst, wenn die Funktion  $\varphi x$   
 zu finden die den Grenzwert hat ist  
 nicht mehr zu nach  $x$  verhalten, zu  
 der  $f(x)$  wird  
 Punkt  $f(x)$  nach  $v$  in der Zeit  $\varphi(x)$   
 der nach  $v$  ungleichbar wird  $\varphi(x)$   
 geht.

### I. Teil

Es ist immer das ob wenn  $f(x)$  nach  $x$  Grenzwert  
 oder ob wenn  $\varphi(x) \cdot ds$  (oder  $ds$ ) nach  $v$  geht  
 nach  $v$  Grenzwert



Set  $x = |v|$  so ist  $dx = \frac{v}{|v|} dv = \frac{v}{v} dv = dv$   
 also soll es nur sein ob  $f(x)$  eine  
 & gewöhnliche oder  $f(x) dx$  eine  
 rationale,

Dies ist der einzige Fall der Polynom ist. Das  
 ist in Laplaceform muss, heißt.

Es ist die Regel das die  $\frac{1}{x}$  nur in  
 bestimmten Fällen

zusammen, wenn  $f(x)$  ist  $\frac{1}{x}$  und  $x =$   
 $f(x)$  so ist  $\frac{d}{dx} \frac{1}{f(x)} = -\frac{f'(x)}{f(x)^2}$  und

$$\text{Regel I} \quad \frac{d}{dx} \frac{1}{f(x)} = -\frac{f'(x)}{f(x)^2} dx$$

$$= -\frac{f'(x)}{f(x)^2} dx$$

also die Ableitung von  $\frac{1}{f(x)}$  ist  $-\frac{f'(x)}{f(x)^2}$  und  
 also ist  $\frac{1}{f(x)}$  eine rationale Funktion in  
 der  $f(x) dx$

Wenn die Funktion eine rationale Funktion ist  
 dann kann  $f(x)$  eine rationale Funktion sein  
 multipliziert  $f(x)$  mit  $dx$ , mit  $x$  und  $f(x)$   
 nicht rationalen Variablen ist, und  
 ist die Ableitung von  $\frac{1}{f(x)}$  eine  
 rationale Funktion in  $f(x) dx$   
 und ist eine



Also hat man eine 3. geglückte so  
 ad hoc von C und hat vollen zur Lösung der  
 Domainen ist schließlich die konstante C zu  
 bestimmen. Für gewisse Werte findet man, dass  
 sich auf der Linie zu ad hoc ist C, oder  
 einem der Maxima zugehörig ist. In  
 möglich. Mitteilungen ist der 3. so man  
 Lösung ist vollen 3. dann jedoch, vollen  
 drei Lösungen in 3. vollen, man  
 der 3. Maxima kann ist nicht vollen  
 der drei sind 1. ad  $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{-3}$  ad  
 $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{-3}$ . Die Anwendung an  
 auf man oder die vollen Lösung  
 hingegen ist vollen nicht 3. Maxima  
 in Anwendung z.B. der Punkt  
 ist mit einem Punkt, der sich auf  
 sich, dass das ist nicht mehr in  
 ist für die Bestimmung der C man  
 bestimmt zu vollen man man  
 bestimmten Punkte. Der Punkt bestimmt man



$\frac{d}{dx}(x^m) = m x^{m-1} dx$ . also man gewinnt  
 das Integral man ist  $\int m x^{m-1} dx = x^m$ .

$\frac{d}{dx} a^x = a^x \log a \cdot dx$  so ist  $\int a^x \log a dx = a^x$

das man noch  $a^x$  ableitet so. bekannt  
 man  $a^x \log a dx$ . also ist es nur  
 Integration, man ist abgesehen, dieses  
 möglich, die Werte ist mit Probieren,  
 die Operationen lassen sich nicht  
ganz zu Probieren. Es ist eine Integration

z. B.  $\sqrt{129}$  ist das 20.30 = 900 20.20 = 400  
 also liegt es zwischen 20 und 30 in  
 der Nähe von  $\sqrt{129} = 20 + x$  man ist  
 gespannt

$(20+x)^2 = 400 + 40x + x^2$  ist das 129 abg.  
 man ist wohl mit  $x$  fast nicht  
 bei 400.

Es kann man Differenzen, oder Integralen  
 mit dem Verstand

Man muelle nur die Wurzelform so  
auswählen, wie sie in Grange vorkommt.  
Satz 1, b.

$x^p dx$  soll gleichbedeutend mit  $x^m$  zu-  
sammengefasst werden. Nach der Regel  
 $\int x^p dx$  die Form  $d(x^m) = m x^{m-1} dx$   
angewandt man erhält, dass das Integral  
gleich ist  $x^m$  oder  $\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1}$   
gilt für  $x^p dx$  wenn  $p \neq -1$ .

$$x^p dx = m x^{m-1} dx \quad \text{so muss}$$

$$p = m-1 \quad \text{oder} \quad m = p+1 \quad \text{d. h.}$$

$$m = p+1 \quad \text{oder} \quad m = \frac{p+1}{1}$$

oder Integral ist  $\frac{1}{p+1} x^{p+1}$  — die  
Formel kommt, wenn man die Wurzelform  
der Ableitung der Wurzelform gleichsetzt  
und man auf das Resultat  $\frac{1}{p+1} x^{p+1}$   
abwirft, so erhält man, dass man  
mit  $x$  beginnt, so wie es oben angegeben

$2:2 = 5:5 = \cancel{7:7}$

$2-2: 5-5 = 2:5$

$0:0 = 2:5$

$0:2 = 0:5$

$4:2 = 6:3$

$2:3 = 2:6$

$2:5 = 2:5$

$2-1: 5-5 = 2:5$

$0:0 = 2:5$

$0:2 = 0:5$

Dieses Resultat kann  
mit mathematischer Regel  
bestätigt werden.  
II

Sei  $a^x$  die Funktion  
so ist  $a^x = A a^x$

Dann ist  $a^x = A \cdot a^x \cdot \log a \cdot dx$  muss  $A a^x \log a \cdot dx = a^x \cdot dx$   
sein.  $A \log a = 1$  d.h.  $A = \frac{1}{\log a}$  also  $a^x dx = \frac{1}{\log a} a^x$

Sei  $b$  eine andere Funktion die die gleiche Natur hat  
dann ist  $b^x dx = -1$  also ist die  
Funktion  $b^x$  die gleiche

$\int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \log x$  nach diff. Auf.

Man sieht aus dem obigen dass die Funktion  
unendlich klein, ja unendlich ist die unendliche  
und diese ist die Analyse der Funktion



$$\int e^{ax} dx$$

es wird  $e^x$  hier in  $u$  eingesetzt also  
 folgt  $\int e^x = Z$  für  $\int e^x dx$ , um  
 muss  $dx$  in  $dz$  substituieren.

weil  $ax = z$  folgt  $a dx = dz$  also

$$dx = \frac{dz}{a} \text{ also ist zu finden}$$

$$\int \frac{1}{a} e^z dz \text{ wobei } = \frac{1}{a} e^z = \frac{1}{a} e^{ax} + C$$

oder <sup>die Diff. formeln</sup>  
 als Hilfsmittel durch  $\int$  sein

$$1) \int (Ax) = Ax \text{ für ist}$$

$$\int Ax = Ax = A \cdot \int dx \text{ oder}$$

$$A \int f(x) dx = \int A f(x) dx$$

$$2) \int (x \pm y) = \int x \pm \int y \text{ für ist}$$

$$\int x dx \pm \int y dx = \int x dx \pm \int y dx$$

Brüggens

da  $d(uv) = u dv + v du$  so ist  $uv = \int u dv + \int v du$   
 also  $\int u dv = uv - \int v du$  - die Formel von Integration  
 per partes für ungleiche Funktionen ist partiell!

In der 2ten. Zeile haben wir die allgemeine

$$d\varphi(u, v) = \frac{\partial \varphi}{\partial u} du + \frac{\partial \varphi}{\partial v} dv$$

oder Integralformel  $\varphi(u, v) = \int \frac{\partial \varphi}{\partial u} du + \int \frac{\partial \varphi}{\partial v} dv$

oder  $\int \frac{\partial \varphi}{\partial u} du = \varphi(u, v) - \int \frac{\partial \varphi}{\partial v} dv$  nach der Formel

oder  $\int \frac{\partial \varphi}{\partial u} du = \varphi(u, v) - \int \frac{\partial \varphi}{\partial v} dv$  oder  $\frac{\partial \varphi}{\partial u} = \psi$  ist  $\varphi = \int \psi du$

oder  $\int \psi du = \varphi(u, v) - \int \frac{\partial \varphi}{\partial v} dv$

$$\int \psi du = \varphi(u, v) - \int \frac{\partial \varphi}{\partial v} dv$$

oder  $\int \psi du = \varphi(u, v) - \int \frac{\partial \varphi}{\partial v} dv$  oder  $\int \psi du = \varphi(u, v) - \int \frac{\partial \varphi}{\partial v} dv$

$$\begin{aligned} \sqrt{9} &= +3 \\ \sqrt{9} &= -3 \\ \sqrt{9} + \sqrt{9} &= 0 \end{aligned}$$

oder  $\int \psi du = \varphi(u, v) - \int \frac{\partial \varphi}{\partial v} dv$  oder  $\int \psi du = \varphi(u, v) - \int \frac{\partial \varphi}{\partial v} dv$

$$\int \frac{e^{xi} - e^{-xi}}{2i} dx = \frac{1}{2i} (\int e^{xi} dx - \int e^{-xi} dx)$$

$\int e^{xi} dx$  ist eine gewöhnliche, oder

$$xi = z, \quad i \cdot dx = dz, \quad \text{oder } dx = \frac{1}{i} dz, \quad \text{oder}$$

$$\frac{1}{i} \cdot e^z dz \quad \text{oder} \quad \int \frac{1}{i} e^z dz = \frac{1}{i} e^z = \frac{1}{i} e^{xi}$$

$$\text{oder } \int \frac{1}{i} e^{-xi} dx = \frac{1}{i} \int e^{-z} dz = -\frac{1}{i} e^{-z} = -\frac{1}{i} e^{-xi}$$

$$\int \frac{e^{xi} - e^{-xi}}{2i} dx = \frac{1}{2i} \left( \frac{1}{i} e^{xi} - \left( -\frac{1}{i} e^{-xi} \right) \right) = -\frac{e^{xi} + e^{-xi}}{2} = -\cos x = \int \sin x dx$$

(2.)

$$\int \sin(px+q) dx$$

$$\text{af setze } px+q = z$$

$$\sin px = dz$$

$$\text{also } dz = \frac{1}{p} dx$$

$$\frac{1}{p} \int \sin z \cdot \frac{dz}{1} = -\frac{1}{p} \cdot \cos(px+q)$$

(3)

$$\int \sin(px+q) \cos(rx+v) dx$$

man muss das Produkt in Summe zerlegen  
a. Cosinus: die diff. der Summe gleich Null

Die analoge Formel ist  $\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$

beide Formeln (+) addiert gibt  $\sin(x+y) + \sin(x-y) = 2 \sin x \cos y$

$$\text{also muss } \left[ \sin(p+r)x + (q+v) \right] + \sin[(p-r)x + (q-v)] \cdot 2x =$$

man gleich einem Ausdruck, muss man  
2) auf auflösen und es wird

$$= -\frac{1}{2(p+r)} \cos[(p+r)x + (q+v)] - \frac{1}{2(p-r)} \cos[(p-r)x + (q-v)]$$

(4.)

$$\int (ax+b)^m dx = \text{af setze } (ax+b) = z$$

$$a dx = dz$$

$$dx = \frac{1}{a} dz$$

$$\text{also muss } \frac{1}{a} \int z^m \cdot \frac{dz}{1} = \frac{1}{a(m+1)} (ax+b)^{m+1}$$



141

5

$$\int (ax^2+b)^m dx = \text{wenn } \int (ax^2+b) = z$$

$$2ax \, dx = dz$$

$$dx = \frac{1}{2ax} dz$$

$$= \frac{1}{2a\sqrt{\frac{z-b}{a}}} dz$$

ist nicht  $\frac{\sqrt{a}}{2a} \int \frac{z^m}{\sqrt{z-b}} dz$  mit zu integrieren muß geht

Integration leicht zu machen  $\int (ax^2+b)^m x \, dx$   
 geht nur  $\int (ax^2+b)^m x^{n-1} dx$  zu  
 integrieren und nicht  
 Alles da könnte man zu integrieren nicht  
 geht immer gut integrieren zu machen  
 Aber, man muß es beweisen

(6)

$\int a^x x^2 dx$  wenn  $a^x = z$  und  
 $A(\log z) dz$  damit ist nicht gewonnen  
 Aber so oft man quadrat hat so macht  
 man immer die Formel ~~3~~ 3)  $\int x^2 dx$   
 integrieren

142. Die Formel ist  $\int u dv = uv - \int v du$   
 also ist  $u = a^x$   
 $dv = x^2 dx$   
 $v = \frac{1}{3} x^3$  also ist

$$\int a^x x^3 dx = \frac{1}{3} a^x x^3 - \frac{1}{3} \int x^3 a^x dx$$

also ist man wieder auf dasselbe zurück  
 über umgekehrt ist  $\int x^2 a^x dx$  kürzer  
 mit der Formel zu berechnen, man ist  
 in  $\int x^2 a^x dx$  noch weiter

folgt man aber  $u = x^2$   
 $dv = a^x dx$

$$v = \int a^x dx = \frac{a^x}{\log a}$$

$$\text{also } \int x^2 a^x dx = \frac{x^2 a^x}{\log a} - \frac{2}{\log a} \int x a^x dx$$

man ist zu Ende

$\int a^x x dx$  wieder gleiche Formel verwenden

$$u = x$$

$$dv = a^x$$

$$v = \frac{a^x}{\log a}$$

$$\text{also } \int a^x x dx = \frac{x a^x}{\log a} - \frac{1}{\log a} \int a^x dx$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\log a} \quad \text{wieder nach Punkt}$$

$$\int a^x x^2 dx = \frac{x^2 a^x}{\log a} - \frac{2(x a^x)}{(\log a)^2} + \frac{2 a^x}{\log a^3}$$

Das vierteckige Manu nun alle integrieren  
zu können, meinst, die Summe besser. Grad.  
Daher Regel das: zu integrieren  
das nur die Summe <sup>oder</sup> nicht integrieren  
Bleibt die Formel die man, die Substanz  
nicht. den die Summe oder die zu integrieren  
man die nicht geht, geht es nicht mehr &  
integrieren. Und man hat zu integrieren  
ist das schon integrieren nicht mehr.

Wenn man sich zuschauen. Alle Funktionen  
sind man in geringen Aspekten geht  
jede Klasse selbst betrachtet, und zu inte-  
grieren können. Die Summe ist nicht mehr  
in algebra: id transzendente. Die Funktion  
ist schon zu integrieren. für die Funktion  
bezeichnet man die in der Funktion  
bezeichnen a und b, die man, so lange man  
ab  $f(x)$  sein, die Funktion ist nicht mehr

f. ist die Analyse  
auch in der Funktion  
funktion und Operation  
zu integrieren ist  
ist man nicht die Funktion  
für alle Resultate  
funktion in der Funktion  
a und b, ist man nicht  
das ab ist nicht

Es muß man sehen, a die man nicht  
man a und b, man nicht oder selbst ist nicht  
ab oder b, positiv, negativ, imaginär ist ist. das selbst ist nicht  
explizit geht man  $\frac{m}{a}$  in a und b





$x$  für einen der reellen Wurzeln von  $x$   
 und  $h$  für positiv oder im Moment der  
 Annahme dass  $x$  ist  $x+h$  das neue  $x$  positiv  
 und  $x-h$  das neue  $x$  negativ, so dass  $x$  positiv  
 $x+h$  und  $x-h$  positiv bleibt, ist  $x$  nicht  
 selbst in  $x$  selbst denken und  $f$ . klar  
 will jedes Wort der auf so klein machen  
 gut denken dass  $x$  selbst denken die  
 Funktion der Wurzeln  $f(x+h)$ ,  $f(x)$ ,  $f(x-h)$   
 der  $f(x+h)$  auf  $x$  positiv noch in  $f(x)$  positiv.

$$f(x+h) = f(x) + \left[ \frac{df}{dx} h + \frac{d^2 f(x)}{2!} \frac{h^2}{2!} + \dots \right]$$

alles positiv mit  $x$   $f(x)$  ist für positiv ~~oder negativ~~  
 — der für einen Punkt  $x$  ist, also muss  
 speziell ist, so muss für das speziell  $x$   
 & speziell ist. — so ist der <sup>Wurzeln</sup> Punkt  $x$  auf  $f(x)$  ab  
 einer positiv und der  $x$  selbst  $x$   
 & negativ ist die Ableitung negativ so  
 stellen die Wurzeln mit  $x$ . —  $f(x)$  der  
 $Abt = 0$  so ist  $f(x+h)$  &  $f(x-h)$  &  $f(x)$   
 für den  $x$  selbst,  $x$  der  $x$  selbst,  $f(x)$  der  
 Ableitung  $x = 0$  muss, so muss  $f(x)$  klar





Die Polynomfunktion ist gegeben durch  $\frac{a+bx+cx^2+\dots+rx^m}{a+bx+cx^2+\dots+rx^m}$   
 mit  $m \leq m_1$ , dieselbe Form ist  
 die eines Polynomfunktion  
 mit  $m = m_1$ , oder  $m > m_1$ .

Beispiel Man sehe das die ganze Funktion das System der  
 Zahlen mit  $x=10$  ist  $x=10$  das ist z.B.  
 $3+2x+x^2+5x^3$  oder  $5x^3+x^2+2x+3 = 5 \cdot 10^3 + 10^2 + 2 \cdot 10 + 3$   
 $= 5000 + 100 + 20 + 3 = 5123$ . Man sehe ferner das  
 gebrochenen Funktionen Brüche sind, und unter die  $x=10$   
 gebrochenen Funktionen das die Brüche, die  
 Brüche, die die Brüche sind. Man sehe  
 dass, das das System in der Mathematik und die Brüche.  
 Zusammenhang der niederen Elemente ist.

Brüche Funktionen die ganze und gebrochenen  
 und mehr rationale Funktionen. Die  
 die  $\sqrt{1+x}$  ist die  
 Funktion irrational z.B.  $\sqrt{1+x}$  oder  
 $\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}}$ ,  $\sqrt[3]{x+3x^2+x^3}$  u. s. f.

und alle irrationale Funktionen  $x$ .

Die rationalen und irrationalen Funktionen  
 nennt man die algebraischen, alle aber  
 die Transzendenten.

Es lässt sich beweisen, dass jede Funktion  
 darstellbar zu sein kann.

$$\frac{a \cdot dx}{\int (bx \cdot dx)}$$

Wir nehmen die ganz funktion vor  
 $a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots + nx^m$   
 diese wird integriert indem man jedes  
 ihrer Glieder integriert also erhält ab  
 $ax + \frac{1}{2}bx^2 + \frac{1}{3}cx^3 + \frac{1}{4}dx^4 + \dots + \frac{1}{m+1}nx^{m+1}$

man hat nur zu bemerken ist daß  $\int a = ax$  da  
 $a = ax^0$  also  $\int ax^0 = \frac{1}{1+1}ax^1 = ax$  im umgekehrten  
 ist  $\frac{d}{dx}ax = a$ .

Demnach wird die Integration der ganz funktion  
 eleganter als die Integration einer Funktion  
 gebrochenen Potenzen. Es ist jedoch auch die  
 Regel, daß jede Funktion gebrochenen Potenzen  
 sich integrieren läßt in einem einzigen Schritt  
 + man darf sich nicht die Mühe geben  
 die Potenzen zu zerlegen. Es ist eine mühselige  
 Arbeit. Man kann aber auch die Funktion

$$\frac{2+3x+4x^2+2x^3}{1+4x+2x^2}$$

als  $\frac{A}{B} = \frac{A}{B} + \frac{A-B}{B}$  in eine Summe zerlegen

Man nimmt Funktion  $\frac{A}{B}$  und setzt  $z = a + bx$   
 so wird die Funktion

$$\begin{aligned} \frac{A}{B} &= \frac{2+3x+4x^2+2x^3}{1+4x+2x^2} \\ &= \frac{2+3x+4x^2+2x^3}{1+4x+2x^2} \\ &= \frac{(2-2) + (3-4\alpha-\beta)x + (4-2\alpha-4\beta)x^2 + (2-2\beta)x^3}{1+4x+2x^2} \end{aligned}$$





156 Die alle zusammen sind nicht  
 Bruchformeln für die

$$\frac{a + bx + cx^2 + \dots + x^m}{a + bx + cx^2 + \dots + x^{m+1}}$$

Das wird man die  
 geben: man ist aber das  
 Halbkreis zu lösen, dass man so können die Coeff = 0 geben.  
 welches in der Analysis eine solche Punkte: Beispiel:  $\frac{1}{x^2 + 1}$  man redigieren  
 das heißt man abgeben: Bruch folgende Summe  
 jedoch ist die Obstige I

$$\frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1} + \frac{0}{x^2 + 1} + \frac{0}{x^2 + 1} + \dots$$

Bemerkung: Obgleich man sich ein noch mit ganz neuen Methoden, welches  
 man das obige doch man mit aufgeben: man ist ein ganz +  $\frac{1}{x^2 + 1}$   
 geben: zu dem, welches man in der Analysis man. Man kann  
 welches die ganze in Natur wird, ist es, dass das  
 Natur, man hat, dass die Natur in der Natur, man  
 $\frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1} + \frac{0}{x^2 + 1} + \frac{0}{x^2 + 1} + \dots$

Das ist die Natur, man hat, dass die Natur in der Natur, man

Das ist die Natur, man hat, dass die Natur in der Natur, man  
 möglich, man hat, dass die Natur in der Natur, man  
 und man ist das, dass die Natur in der Natur, man  
 $\frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1} + \frac{0}{x^2 + 1} + \frac{0}{x^2 + 1} + \dots$   
 man hat, dass die Natur in der Natur, man  
 man hat, dass die Natur in der Natur, man



Darüber hinaus geht man weiter, bis man  
die Funktion  $\frac{a+bx+cx^2}{a_1+b_1x+c_1x^2+d_1x^3}$  hat und

an einer Stelle unendlich groß wird

$$\frac{a+bx+cx^2}{a_1+b_1x+c_1x^2+d_1x^3}$$

indem man

größere und kleinere Werte  $d$  mag dividiert. Auf  
jeder Seite muss es sein  $\frac{A}{x+d} + \frac{B}{x+p} + \frac{C}{x+y}$

$$dx = \frac{A(x+p)(x+y) + B(x+d)(x+y) + C(x+d)(x+p)}{(x+d)(x+p)(x+y)}$$

Wird es für  $x$  zu wissen,  $d, p$  und  $y$  bestimmen  
so muss es geben, muss es nicht sein, und  
es kann sein, dass es nicht sein, und  
kann es sein, dass es nicht sein.

$$(x+d)(x+p)(x+y) = 0$$

man muss nur Cubische Gl.  $x^3$ . Das ist  
nicht möglich, und das ist nicht möglich  
 $x$ , muss es sein,  $d, p$  und  $y$  sind. So  
kann es sein, dass es nicht sein, und  
kann es sein, dass es nicht sein, und  
kann es sein, dass es nicht sein, und  
kann es sein, dass es nicht sein, und



Man mit in  $x^2 - 2x^2 - x + 2$

mit mellen ist in 3 aufgaben zu lösen  
der Punkt ist funktion von  $x$  und mit möglich  
für in 3 faktoren zu lösen, wenn man sich  
für  $x$  muss dann  $x$  muss man  $x$  muss, das  
die funktion zu 0 muss - muss sich die  
funktion  $= 0$ , und löst nach Cardan'schen  
formel, das mellen mit in drängen stellen  
muss sich lösen. Man soll  $x = 10$ , dass  $x = 0$   
dann  $x$  muss ist  $x = 0$  ist dann  $x$  muss  
dass die funktion zu 0 muss, oder 10, und lösen  
 $x = 1$ , so ist die funktion  $= 0$ . dass ist  
 $x = 1$  muss der drei faktoren dividiert man  
dann die gebrochene funktion zu 3<sup>ten</sup> grade bekannt  
man eine quadratische funktion  $x^2 - x - 2$ , das  
gelöst ist. mellen in 2 faktoren und lösen  
die beiden  $x$  muss  $x$  muss  $x$  muss  
 $x^2 - x - 2 = 0$   
 $x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 2}}{2} = 2$  und  $-1$  also sind die 2 fächer  
 $(x - 2) \cdot (x + 1)$ . Willkürlicher  $Q$  ist zu in  
faktoren zu lösen, dass muss es lösen, dass  
für  $x$  muss  $x$  muss  $x$  muss und negativ  
ist man ist.

154.

$(x-1)(x-2)(x+1)$  ist nur  $= x^3 - 2x^2 - x + 2$   
 so sind die Partialbrüche

$$\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+1} = \frac{2x-3}{x^3 - 2x^2 - x + 2} \quad \text{oder}$$

$$\frac{A(x-2)(x+1) + B(x-1)(x+1) + C(x-1)(x-2)}{x^3 - 2x^2 - x + 2} = \frac{\quad}{x^3 - 2x^2 - x + 2} \quad \text{oder}$$

Substitutions

$$\left. \begin{array}{r} A \\ + B \\ + C \end{array} \right\} \begin{array}{c} x^2 \\ - A \\ - 3C \end{array} \left\{ \begin{array}{c} - 2A \\ - B \\ + 2C \end{array} \right\} = 2x - 3$$

und auf bekannten 3 Gleichungen

$$A + B + C = 0$$

$$-A - 3C = 2$$

$$-2A - B + 2C = -3$$

die 3. Gleichung mit 2 multipl.  $C = \frac{5}{6}$   $B = \frac{11}{6}$

$$A = \frac{1}{2}$$

und die Partialbrüche sind

$$\frac{\frac{1}{2}}{x-1} + \frac{\frac{11}{6}}{x-2} + \frac{\frac{5}{6}}{x+1} = \frac{2x-3}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$$

die ganz so integrieren. Oben der  
 Nenner der Nenner in den Partialbrüche





Man setze in  $x=1$  falls, d. h. man  
 in der Funktion  $(x-1) = 0$  setzen ist dann  
 das Glied  $(x-1)Z$ , verschwindet. Das ist  
 nicht zu befürchten, denn man ist z. B.  
 $x=2$  setzen, so bekommt man  $x=2$  und  
 das Glied  $(x-1)Z$  verschwindet.  $x=2$  ist  
 ein anderer  $x$ , weil dieser  
 durch  $x$  ausgedrückt ist in jeder Gleichung  
 verändert wird.

Die Partialbrüche sind also immer möglich  
 man hat nur die Funktion  $f(x)$  in Faktoren  
 zerlegen müssen. Ist aber das  
 gewissermaßen Faktoren. Haben z. B.  
 $(x-\alpha)^2(x-\beta)$  so sind die Partialbrüche  
 $(x-\alpha)(x-\alpha)(x-\beta)$  und die Partialbrüche  
 selbst  $\frac{A}{x-\alpha} + \frac{B}{x-\alpha} + \frac{C}{x-\beta}$  möglich  
 $= \frac{A+B}{x-\alpha} + \frac{C}{x-\beta}$  oder  $\frac{D}{x-\alpha} + \frac{C}{x-\beta}$   
 mit diesen beiden Zahlen die Funktion  
 muss weil  $(x-\alpha)(x-\beta)$  muss sein  
 dann kann man sein. Man

157.

muss sich also für zu folgenden wissen.

Ist das Resultat  $\frac{A}{x-a}$  so muss A gegeben

$\frac{A}{P}$  und  $\frac{A}{Q}$  den Zähler der gegebenen Funktion zerlegen mit  $P$  das Produkt aller übrigen Faktoren, nur  $x-a$  dass  $P$  nicht  $a$  geben. Sind die Faktoren in  $P$  paarweise verschieden, so ist es allgemein möglich die Partialbrüche dieser Form zu geben  $\frac{A}{(x-a)^2} + \frac{B}{x-a} + \frac{C}{(x-b)}$  oder

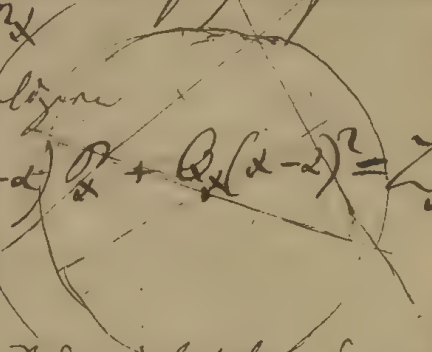
man kann  $= \frac{A}{(x-a)^2} P_x$  mit  $P_x$  den Zähler  $x$  in  $\frac{A}{(x-a)^2} + \frac{B}{x-a}$  mit  $P$  das Produkt der übrigen Faktoren gegeben, wo  $(x-a)^2$  nicht vorhanden, so muss der Zähler  $\frac{A}{(x-a)^2} P_x$  als eine Funktion

man  $P_x = \frac{A}{(x-a)^2} P_x$  in  $\frac{A}{(x-a)^2} + \frac{B}{x-a} + \frac{C}{P_x}$  mit multiplizieren

beide Seiten so man  $A.P_x + B(x-a)P_x + C(x-a)^2 = Zx$  setzen  $x=a$  so man  $A.P_x = Zx$

$A = \frac{Zx}{P_x}$  man so zu finden, so ist A bekannt gegeben in  $\frac{A}{x-a}$  und

$$B.P_x + C(x-a) = \frac{Zx - A.P_x}{x-a}$$



ist nicht möglich, weil  
 man  $x = \alpha$  setzen und das Resultat in  
 den Nenner setzen. Das Resultat  $= \frac{Z'_x}{x - \alpha}$  ist  
 auf jeder  $x = \alpha$  bekannt.

Es.  $P_x = \frac{Z'_x}{x - \alpha}$  man weiß, daß es  
 gefunden.

$$Q_x \text{ wird gefunden} = \frac{Z'_x - P_x}{x - \alpha}$$

man setze die Funktion  $Q_x$  in  
 die neue Funktion ein.

Adressen  $N_x = (x - \alpha)^3 \cdot P_x$  je ist die Partialbruch

$$\frac{C}{(x - \alpha)^3} + \frac{A}{(x - \alpha)^2} + \frac{B}{x - \alpha} + \frac{Q_x}{P_x} \text{ durch } N$$

eingemultipliziert: ergibt

$$C P_x + A(x - \alpha) P_x + B(x - \alpha)^2 P_x + Q_x(x - \alpha)^3 = \frac{N}{P_x}$$

daß  $C P_x = \frac{N}{P_x}$

man findet, daß es nun  $C P_x$  nicht  
 sondern nur  $C$  ist, da  $x - \alpha$   
 dividiert ist.



Setze  $\frac{1-x}{x^2(x+1)(x-2)}$  in partiellbrüche zu zerlegen

$\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-2}$  mit  $A$  gefunden mit  
 das zu setzen durch Nullen dividiert  $x=0$   
 oder  $x=-1$  oder  $x=2$  und dort den  
 Nenner facher zu 0 set. so ist  $A = -\frac{1}{2}$   
 muss herausfinden

Nun  $\frac{1-x}{x^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-2}$  oder  $(1-x) = \frac{A(x^2-3x-2)}{x-2}$  (muss  $x$  geben)

multipliziert  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x$  mit ist  $B = \frac{1}{2}$

also  $x=0$  so wird  $A = -\frac{1}{2} \cdot B + \frac{1}{4}$

nun herausfinden  $\frac{1}{x} - \frac{B}{x+1} = \frac{C}{x-2}$

so  $\frac{1}{x} = \frac{-5}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{15}{4}$

also  $C = \frac{1}{x} = -\frac{15}{8}$

und  $Cx$  gefunden und herausfinden  $\frac{1}{x} - \frac{C}{x-2} = D$

multipliziert ist nicht mehr zerlegen muss  
 ist nur noch zusammenfassen  $D$  mit  $x$  gegeben  
 ist der ganze Partialbruch  $D$  - Lösung herausfinden



Da keine Faktoren sind  $\left(x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) \left(x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)$

für jede ist es möglich das ganze auf den  
a den laßt man  $x^2$  multiplizieren damit  
der faktor 5 Multiplikation für sich  
ist wenn es soll man  $x^2$  am Ende  
setzt. dann  $\int \frac{dx}{a(x-\alpha)(x-\beta)}$  man darf die Faktoren  
oder  $\frac{1}{a} \int \frac{dx}{(x-\alpha)(x-\beta)}$  man muß von

$\frac{1}{(x-\alpha)(x-\beta)}$  in zwei Partialbrüche zerlegen  $\frac{A}{x-\alpha} + \frac{B}{x-\beta}$

$A = \frac{1}{\alpha-\beta}$  und  $B = \frac{1}{\beta-\alpha}$  das ergibt man A. findet  
sich B nach Formel das  $\frac{1}{\beta-\alpha}$  ist und setzt

$= \frac{1}{\alpha-\beta} \left( \frac{1}{x-\alpha} - \frac{1}{x-\beta} \right)$  und integriert sind

$\int \frac{dx}{ax^2+bx+c} = \frac{1}{a(\alpha-\beta)} \left( \log(x-\alpha) - \log(x-\beta) \right) = \frac{1}{a(\alpha-\beta)} \log \frac{x-\alpha}{x-\beta}$   
hier 2 mal auf  $(x-\alpha)$  multipl.

und das ist  $\frac{1}{\sqrt{b^2-4ac}} \log \frac{(x-\alpha)^2}{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}}$

und man soll nicht  $b^2 \geq 4ac$  und man nimmt  $b^2 < 4ac$

Partialbrüche und das integriert



$$\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}$$

$$\text{Nun ist } ax^2+bx+c = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac-b^2}{4a}$$

Setze  $z = x + \frac{b}{2a}$ , um  $h$  zu finden  
 und  $a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac-b^2}{4a} = ax^2 + bx + c$  so wird  
 $a = a$  und  $h = \frac{b}{2a}$  also  $z = x + \frac{b}{2a}$  und ist das  $z$  in  
 der Gl. 1) identisch und  $\beta = \frac{4ac-b^2}{4a}$ , woraus  
 mit  $\beta$  Coeff., dann ist  $dz = dx$  also auch  
 Integral wird  $= \int \frac{dz}{az^2 + \beta}$  wo  $\beta$  ist soll 1 setzen, und  
 die Nenner durch  $\beta$  in multiplizieren ergibt so wird  
 $= \frac{1}{\beta} \int \frac{dz}{\frac{a}{\beta}z^2 + 1}$  und setzt  $\frac{a}{\beta}z^2$  mit  $v^2$  so wird  $\sqrt{\frac{a}{\beta}} \cdot z = v$   
 also da in  $dz$  auch doppelte wird  $\sqrt{\frac{a}{\beta}} \cdot dz = dv$  so  
 wird es Integral  $= \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{a}{\beta}} \cdot \int \frac{dv}{1+v^2}$  und  $\int \frac{dv}{1+v^2}$  ist  $\arctan v$   
 so wird es Integral  $= \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{a}{\beta}} \cdot \arctan v$  oder das wird  
 $v$  wird  $= \sqrt{\frac{a}{\beta}} \cdot \arctan \sqrt{\frac{a}{\beta}} \cdot \left(x + \frac{b}{2a}\right)$  steht so das  
 $= \frac{2}{\sqrt{4ac-b^2}} \cdot \arctan \frac{2a\left(x + \frac{b}{2a}\right)}{\sqrt{4ac-b^2}} = \frac{2}{\sqrt{4ac-b^2}} \cdot \arctan \frac{2ax+b}{\sqrt{4ac-b^2}}$

Wenn alles in Gl. 1) ist, so müsste es  $2ax+b$  heißen.  
 Ang. im Integral setzen, das Logarithmus bestimmen  
 ist prop. mit  $180^\circ \div \pi = \text{in Grad}$  in Integral  $\div \pi$   
 und multipliziert durch den Coeff.

Den 2. mannlichen Indegale, kien  
 mochtel wachsenden sein, oder zu  
 wachsen zu solch, so muess der  
 Wachstum sein Constantes wach  
 sein. d. h. nur  $x$  moess sein. Und sein  
 zu wachsen sein, so muess der  $x$   
 wachsenden wach, so muess der wach  
 wach = 1 sein, das  $x$  davor das  
 ob alle wach wach sein zu sein  
 $h(x) = 0$ .

Gehe ich  $x^2 + ax^2 + bx + c = 0$ , man ist  $x = x + h$ .  
 so ist  $x$  wach, man muess  $x$   
 $(x+h)$  substituieren, und man  $x^2$  oder  
 $x$  substituieren, und man muess  $h$  so muess  
 so ist  $x$  wach  $x^2$  oder  $x$   $= 0$  sein muess.  
 so ist  $b$  oder  $ax + by = c$  und  $y$  wach.  
 $ax + by = c$  und  $y$  wach.  
 so ist  $x$  wach  $x$  wach  $x$  wach.  
 so ist  $y$  wach  $y$  wach  $y$  wach.  
 $(a+2h)x + (b+2h)y = c + h$  und man  
 muess  $h$  wach  $a+2h$  oder  $b+2h = 0$  sein  
 so ist  $x$  wach  $x$  wach  $x$  wach  
 in der  $x$  wach  $x$  wach  $x$  wach  
 wach  $x$  wach  $x$  wach  $x$  wach  
 so ist  $x$  wach  $x$  wach  $x$  wach





1.65-

Wir setzen nun zu irrationalen Funktionen über  
 die Punkt für zu rationalen bezogen dann  
 ist in rationale zu transformieren.

Dann noch können wir Wurzel nachziehen  
 zwei können 2 Wurzeln mit gleicher  
 radikanter oder zwei gleiche Wurzeln mit  
 unterschieden radikanter oder beides möglich  
 oder gleich, oder zwei gleiche Wurzeln etc. etc.

Dann sind wir vorwärts den, wenn in rationale  
 transformieren, dann haben wir die

Integration von  $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$  in algebr. rationale zu  
 transformieren. Substitution ist so aufzufassen

$\sqrt{ax^2+bx+c} = x+h$  oder soll es sein so muss

$(x+h)^2 = ax^2+bx+c$  sein oder das können  
 wir  $ax^2$  finden  $x^2$  und dieses muss

sein  $\sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a} \sqrt{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}}$

und den ja die ganze Substitution ist zu  
 machen also ist  $\sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a} \sqrt{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}}$

und wenn das ist  $\sqrt{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}} = x+h$

so ist  $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = x^2 + 2xh + h^2$  so findet man  $x$  oder  $h$

$x = \frac{ah^2 - c}{b - 2ah}$  so ist also  $x+h$  eine Wurzel eines Quadrats

also sind unsere Funktionen in eine neue  $h$  transformiert

und sind in eine rationale, man muss die Wurzel  
 durchziehen

J. durch alle Operationen  
 müssen wir die Wurzel ziehen

Die Platte ist unvollständig  
 man muss die vollständige Platte  
 der unvollständigen Platte stellen  
 die vollständige Operation muss ganz  
 vorgenommen sein muss.

Man kann dies auch anders machen  
 $\sqrt{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}} = \sqrt{(x-\alpha)(x-\beta)}$  d.h.  $\sqrt{(x-\alpha)^2 + h^2}$   
 $= (x-\alpha) \cdot h$  d.h. ist  $(x-\alpha)(x-\beta) = (x-\alpha)^2 + h^2$   
 oder  $(x-\beta) = (x-\alpha) + \frac{h^2}{x-\alpha}$  man wolle  $x$  auf  
 diese Formel ausdrücken lassen.  
 ?

$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$  kann bei Substitution des  
 Binomialsatzes in die Formel  
 eingelegt werden

$$eingelegt = \frac{1}{\sqrt{a}} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}}}$$

$\sqrt{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}} = x + z$  d.h. wolle  $x$  in  $z$  ausdrücken

$$I) \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = x^2 + z^2$$

$x = \frac{az^2 - c}{b - 2az}$  man muß noch differenzieren

da  $dx$  in  $dz$  ausdrücken. oder da die Funktionen  
 $\frac{dx}{dz}$  Funktionen von einem dritten sind. so  
 kann  $x$  und  $z$  für  $(V)$  stehen müssen ist  
 abzuheben so  $dx$  zu finden man oben  
 oder den Gleichg. I) ist deutlich, wenn man  
 wolle wolle, welches  $x$  und  $z$  die Funktionen  
 darstellen, wolle. d.h. ist die Ableitung  
 wolle = da  $dx$  von  $dz$  d.h.

$$\frac{b}{a} dx = 2x \cdot dz \cdot z \cdot dz + 2z dz$$

dies man man die Gl. differenzieren differential Gl.

MS  
 Diese Gl. ist unvollständig  
 man muß die Ableitung  
 d.h. die Ableitung d.h.  
 $ax^2 + bx + c = am + bm + c$   
 $ax^2 + bx + c = am + bm + c$





Es sei der Logarithmus einer magnituden  
gefragt, den man auf die möglichste  
weitere Formel zurückführen will.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}} \quad \text{ist zu setzen mit } \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}} =$$

$$\text{wobei man gebührend ist } \int \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}} = \arcsin z$$

Es muß ist man integral zurück zu  
kommen, ist folge gesetzt  $x = u+h$  man  
d.h. je zu müssen das  $u$  nicht fehlt  
ist  $x = u+h$  so ist  $dx = du$

$$au^2 + 2ahu + ah^2 \quad \text{wobei } 2ah+b=0 \quad h = -\frac{b}{2a}$$

wobei ist  $h$  constant und in  $dx$  muß gleich  
 $du + dh$ , weil  $h$  nur eine Variable  
unveränderlich ist. wobei  $x$  wird  $u + \frac{b}{2a}$

Es sei man die Taylor'sche Regel anzuwenden  
da  $ax^2+bx+c = f(x)$  folgt ist  $x = u+h$   
man  $f(u+h) = f(u) + h f'(u) + \frac{h^2}{2} f''(u) + \dots$   
ad quibus  $f(u) + h f'(u) + \frac{h^2}{2} f''(u) + \dots$   
 $ah^2 + bh + c$  d.h. man hat  $ah^2 + bh + c = 0$  große quadrat  $h = -\frac{b}{2a}$





[illegible]









Die gesamte Ableitung ist  $ac^2$ .

Der Rest des diff. Rest. bringt mich zu  
 der ersten Teil, der vollkommen ist, also  
 der binom. Rest, den er zugeteilt ist, also  
 ganz. Das bin. zu ganz =  $x^m$

$$ax^2 + bx + c = ah^2 + bh + c + au^2$$

$$= \cancel{c} \frac{b^2}{4a} + \frac{4ac - b^2}{4a} \text{ und mit dem man die}$$

man setzen das ist  $\frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = \frac{du}{\sqrt{au^2 + \delta}}$  und man setze  $au^2 = 1$

als man  $\sqrt{\delta(1 + \frac{a}{\delta}u^2)}$  dann setzen

$$\frac{a}{\delta}u^2 = z^2 \text{ oder } \sqrt{\frac{a}{\delta}} \cdot u = z \cdot \sqrt{-1} \text{ differenzieren}$$

und  $du \sqrt{\frac{a}{\delta}} = dz \cdot \sqrt{-1}$  dann man setzt  $z = \frac{u}{\sqrt{-1}}$

$$\frac{du}{\sqrt{\delta(1 + \frac{a}{\delta}u^2)}} = \frac{1}{\sqrt{\delta}} \frac{du}{\sqrt{1 + \frac{a}{\delta}u^2}} = \sqrt{\frac{-1}{a}} \int \frac{dz}{\sqrt{1 + \frac{a}{\delta}u^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{-1}{a}} \int \frac{dz}{\sqrt{1 - z^2}} = \sqrt{\frac{-1}{a}} \cdot \arcsin z \text{ setzt } z \text{ den Rest}$$

in  $u$ , setzt  $u$  den Rest in  $x$





Integrale der

Die Transcendenten sind schon sind nicht mehr  
bekannt oder nicht zu finden

$\int \sin x = -\cos x$   $\int \cos x = \sin x$ ,  $\int \log x$  ist  
nicht zu finden nur mit der Regel

$$\int \log x = \int \frac{\sin x \cdot 2x}{\cos x} \text{ ist falls } \cos x = z$$

die andere Regel nicht zu machen. diff.  $-\sin x dx = dz$

$$\text{also mit } \int \frac{dz}{z} = -\log z = -\log(\cos x)$$

$$2) \int \sec x = \int \frac{1 dx}{\cos x} \text{ wenn } \cos x = z \text{ diff. also } dx = \frac{-dz}{\sin x} =$$

$$\frac{-dz}{\sqrt{1-z^2}} \text{ also mit } -\int \frac{dz}{z \cdot \sqrt{1-z^2}} \text{ das nicht}$$

rational gemacht werden  $1-z^2$  in Faktoren  
zerlegen.  $(1-z)(1+z)$  und  $1-z^2 = (1-z)^2 u$   $1-z = (1-z)u$

da  $z$  rational ist, auch  $u$  rational.  $y$  auf rational  
so bekannt ist alles rational, was man

konnte man sich ist falls  $1-z^2 = u$  diff  
 $-2z dz = du$   
 $dz = -\frac{1}{2} \frac{du}{z}$

$$\text{also kann } \frac{1}{2} \int \frac{du}{z \cdot z} = \frac{1}{2} \int \frac{du}{(1-u) u^{\frac{1}{2}}} \text{ falls ist}$$

$1-z^2 = u^2$  ganzes macht leichter sein können

$$\text{ist } + \int \frac{du}{(1-u^2) u} \text{ da } u \text{ rational ist ist es ein}$$

ist ein Integral das 2 mal so wird  $2 dz$  oder diff zu  $z^2$   
also  $z^2$  also leichtes findet man  $z^2$

176

$$\int \frac{dx}{1-u^2} = \frac{A}{1-u} + \frac{B}{1+u} = \frac{\frac{1}{2}}{1-u} + \frac{\frac{1}{2}}{1+u}$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \log(1-u) + \frac{1}{2} \log(1+u) \right) = \frac{1}{2} \log \frac{1+u}{1-u}$$

$$= \frac{1}{2} \log \frac{1+\sqrt{1-z^2}}{1-\sqrt{1-z^2}} = \frac{1}{2} \log \frac{1+\sin x}{1-\sin x} = \int \frac{dx}{\cos x}$$

Es gilt auch  $\int \cos x = \int \frac{dx}{\sin x}$  zu integrieren

Das Integrieren der Funktionen ist so  
beurteilt. —

Suche ich nun Gl.  $xy^2 - 2xy = x^2 - y + c$   
 für  $y$  löse ich zu finden  
 oder  $x^2 dy + y = 0$   $y$  zu finden  
 ist nicht  
 Ich setze nun  $dy =$  einem Ausdruck der  $x$   
 und setze dies in die Gl. ein  
 und  $x$  oder  $y$  ist die Gl. zu integrieren  
 $y$  und  $dy$  und  $x$ , ad durch aufzulösen  
 in  $y$  ist die Funktion  $y$  ist die Integration  
 von  $y$ . Das neue  $y$  ist die Integration  
 beibehalten.



177

Solunktionen einiger Ausdrücke  
in Integralen, welche nicht  
von den Constanten.

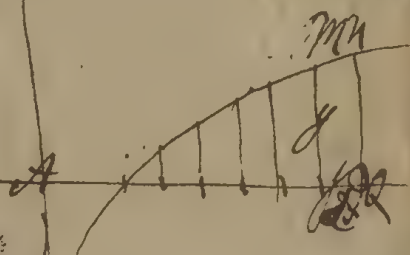
Nachdem man ein Integral findet, so ist es  
eind. und es ist ein. Integralen  
funktion. man weiß man weiß  
denn es ist. Man kann man  
ein bestimmtes Integral

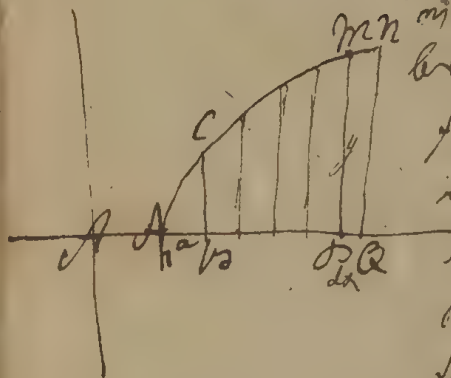
so sei  $y = \varphi(x)$ , und man  
wird auch in A, stellt man die  
eine  $\varphi$  in einem Punkt, und  
dann die Ordinate, so bildet die  
Funktionskurve, die M. man  
man die Punkt bestimmt. Es ist, b.  $M = \int$   
man ein.  $y \cdot dx$  ist = P N

und das ist der Ausdruck des Punktes, ist  
das Punkt =  $\varphi(x)$  so ist  $d\varphi(x) = y dx$

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = y = \varphi(x) \text{ und } \varphi(x) = \int y dx = \int \varphi(x) dx$$

oder man sagt C so sind die alle  
den die Punkt ist ist mit  
das man man man bestimmen.





Die  $f(x)$  mag sich zum Beispiel so verhalten  
 grade so ist  $f(x) + C =$  willkürliche Integrallinien  
 man will auf dem Integral fassen mehr oder weniger  
 als  $PM$  damit  $f(x) + C = BC \cdot PM$  man

so fest  $f(x) + C$  nimmt bestimmter Abstand  
 von  $C$  fanda ist man ist  $f(x) + C$  man

steht fest, dass  $C$  ist dann und in der  
 die man man man Abstand fest  
 folgen die mit  $BC \cdot PM$  bekannt ist

$x$  folgen ist  $AB$  so wird der Winkel  $O$  geben  
 das folgen ist  $x + dx$  so wird  $BC \cdot PM$  man  
 man ist  $AB = a$  so man

$0 = f(a) + C$  man ist  $C = -f(a)$  also

$BC \cdot PM = f(x) - f(a)$ , das  $f(x)$  man  
 mit dem Integralen gegeben man

Wollt man die  $f(x)$  finden so folgt  
 auf  $x = a$ , dass man die  $f(x) = 0$   
 ist.

Man ist man die Integral von  $f(x) dx$  soll mit  
 $x = a$  so man man man  
 unbestimmt, ist eine Constante soll so bestimmt  
 man ist, das Integral  $= 0$  ist.

also ist schon ein bestimmtes Integral,  
die Constante ist so bestimmt, daß  
es ganz 0 wird wenn  $x=a$  ist.

also  $f(x) - f(a)$  wenn  $x=a$  sein muß

z.B. ist die Parabel daß  $y^2 = px$  oder

$y = \sqrt{p} x^{\frac{1}{2}}$  gegeben so muß ich

den Inhalt  $APM$  bestimmen.

ist es  $\int y dx = \int \sqrt{p} x^{\frac{1}{2}} dx$  das ist

gleich  $x^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{p}$ , weil ich

$ACB$  finden so  $AB=a$  so sind hier

$x=a$ , das gibt 0, so sind hier

also  $BCPM = \frac{2}{3} \sqrt{p} (x^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{3}{2}})$  wie

$APM$  zu finden so muß  $x=0$

also  $= \frac{2}{3} \sqrt{p} x^{\frac{3}{2}} - 0^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \sqrt{p} x^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} xy$  so f. offener  $AMB = \frac{2}{3} xy$  oder

also sind die Integrale eines d. selben Function

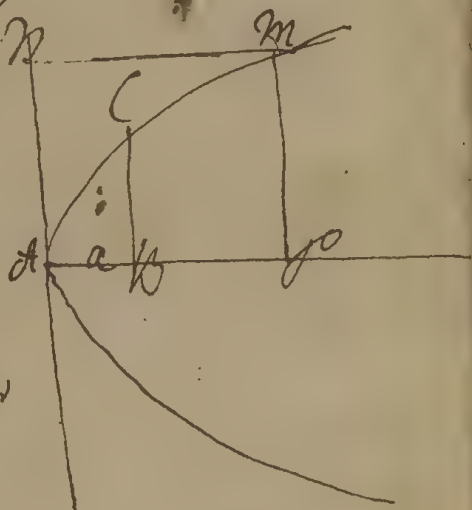
$y^2 = px$ ,

so ist man schon ein Integral so ist mit  $x$   
 $= b$  oder. so ist es so:

man ein Integral  $\int f(x) dx$  mit a. voraussetzung so ist es  
 $= f(x) - f(a)$  das wird 0 wenn  $x=a$  ist.

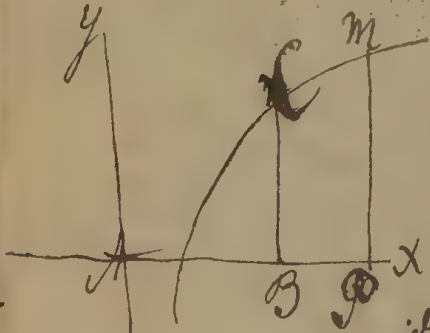
also  $f(x) - f(a)$  ist oder Punkt  $x=a = 0$  wenn

wenn man weiß, daß  $x$  und  $y$  bekannt





das Integral ist, ist nun, es ist in jedem Punkt  $x=b$  unter  
 dem Wert  $\pi(x) = f(b) - f(a)$  zu  $b$  mit einem der festen



Im bestimmten Maßen, sind B bestimmte  
 Punkte sind, kenne man das Integral  
 $= f(b) - f(a)$  mit  $x = AP$ , oder ist die  
 Linie AB bestimmt in Zahlen oder so  
 $= b$ , so bekommen ist das Integral  $= f(b) - f(a)$

das heißt ist nicht mehr diff. mit der  
 Ausdruck nicht mehr in der Form, oder  
 den Maßstab nicht mehr, das ist nicht mehr  
 Funktion sondern Zahlenwert.

Es gibt also 2 Arten Zahlen. Die  
 bestimmten Integral, was man nennt  
 der alle  $f(x)$  von der vollen  $f(a)$  bis  
 ist C bestimmt so ist die bestimmte  
 Integral. Beide sind Funktionen,  $x$ ,  
 ist die bestimmte Integral. Es muß  
 auch diesen Integralen, was man  $x$   
 bestimmt ist, das ist nicht mehr  
 mehr. (definit). Die Variationen der  
 das Integral ist in der Form. Es drücken  
 sich nicht mehr von der Form, das ist  
 bestimmte Integrale differenzieren.

(181)

Obels ist das Integral nicht, je soll es ungeschlossenen  
 sein, d. h. das der constante yffen besteht m. d. h.

findet das Integral für gewisse dann  
 Grenzen  $a$  und  $b$  geschlossen. Aber das  
 mit  $x=a$  einsetzt, und ändert mit  $x=b$  aus  
 das heraus ist  $\int f(x) dx (b \div a) = f(b) - f(a)$

d. h. ist integrirt bekommen wenn man  
 integral setzen  $x=b$  dann  $x=a$  ist ganz  
 das zu sein wird an ob.

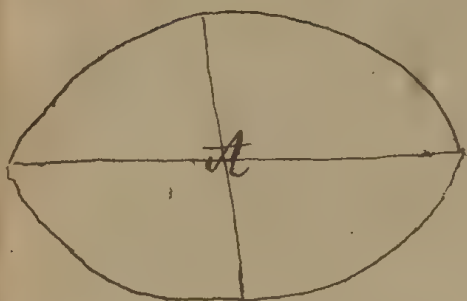
daraus wird am besten integral so gegeben  
 $\int f(x) \cdot dx (x \div a) = f(x) - f(a)$

Grundregeln

bei Bestimmung des Punktes der Ellipse

Die Gf.  $a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2$  ist ein Kreis der 2. Ordnung für einen Kreis  
 wenn  $y = \sqrt{\frac{a^2 b^2 - b^2 x^2}{a^2}} = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$ , ist  $a > b$  und konstruirt  
 den Kreis setzen  $x=0$  und heraus  $y$  dann ist  $b + b$  und  $-b$   
 dann wo der Kreis den Abszisse kreuzt ist das  $y=0$  und  
 $x$  wird das  $+a$  oder  $-a$  und so konstruirt  $y$  und  
 Ellipse

187





[illegible][illegible]

Das Maclaurin'sche Polynom ist  $\int \left[ \left( \frac{d^x}{dx^x} f(x) \right) \frac{x^x}{x!} \right] = f(x)$   
 Man findet die Differenzialkoeffizienten i. d. f. ist die  
 Ableitung von  $f(x)$  an der Stelle  $x=0$ , und die übrigen  $d^x f(x)$   
 von  $x$ , sind die folgenden Ableitungen von  $f(x)$ .

### Integration der Differenzialgleichungen

Sei  $y = f(x)$  so ist  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx}$  und es gilt  
 man hat eine Gl.  $(x, y, \frac{dy}{dx}) = 0$ . so kann man  
 leicht  $\frac{dy}{dx}$  in  $\frac{dy}{dx}$  setzen.

Wenn man  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx}$ , so kann man die Gl.  
 $(x, y, \frac{dy}{dx}) = 0$  in eine Differentialgl. um-  
 wandeln, und man erhält:

und jede Diff. Gl. man die Form  $M dy + N dx = 0$ , man  $M$  und  $N$  Funktionen  
 von  $x$  und  $y$ . sind  $\frac{dy}{dx}$  oder  $\frac{dx}{dy}$ .

Wenn man jede Gl.  $(x, y, \frac{dy}{dx}) = 0$  kann man in  $z = \frac{dy}{dx}$   
 umschreiben in  $x$  und  $y$  und erhält:

und es muss  $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y}{x} = \frac{n}{m}$ , wo das  $m$  auf 1 sein kann  
 daraus ist  $Mdy - Ndx = 0$  nach  $y$  integrieren man

dann das - kann auf + machen

Leitet man aus diff: Gl.  $|x, y, dx, dy| = 0$  ab, so muss die  
 Form  $Mdy + Ndx = 0$  in bezug auf  $y$  integrieren  
 man muss sich bei der Integration klären, ob die  
 aufzunehm. diff. Gl. sich auf die diff. Gl.  
 bezieht.

Von der Gl.  $Mdy + Ndx = 0$  zu integrieren.

1. Methode ist auf recht. Längen der Variable

für  $x dy + y dx = 0$  so kann man voraussetzen, dass  
 andere Gl. ~~man kann~~ ableiten die sich 2. Gl. man  
 in dem ersten das  $x$  in dem zweiten das  $y$  muss

erkennen, man ist richtig, man ist auf  $x \cdot y$  dividieren  
 so wird  $\frac{dy}{y} + \frac{dx}{x} = 0$  alles ist in  $\frac{1}{x}$  integrieren

hier  $\int \frac{dy}{y} + \int \frac{dx}{x} = C$  d.h. = Constante, wenn es ist

$\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{x}$  beides summiert man, so ist es bekannt, ist  
 man ist integrieren R. Integrale davon Differenz der  
 Constante = ist.



(186)

$$\int \frac{dy}{y} = \log y \quad \text{und} \quad \int \frac{dx}{x} = \log x \quad \text{also}$$

$$\log y + \log x = C \quad \text{oder} \quad \log(xy) = C \quad \text{also} \quad xy = e^C = C$$

Es reduziert man die Integrationen auf die  
einfachsten Funktionen, z. B.

A)  $\psi(x) \cdot \varphi(y) dy + \psi(x) \cdot \varphi(y) dx = 0$  man dividiert  
mit  $\psi(x) \cdot \varphi(y)$ . Dadurch m. muß man dann  
abwachen, ob es sich zu einer separaten Formel  
ist die sich in der Form, in welcher sich die  
Variable trennen lassen. Oft läßt sich  
auch frühzeitig erkennen, ob die Variable  
sich in der Formel trennen lassen.

z. B.  $a dx + x dy = b dy - y dx$ , man weiß,  
daß die Gl. in der Form  $M dx + N dy = 0$  bringbar  
ist, man setzt also die Gl. I)  $(x-b) dy + (a+y) dx = 0$   
man setzt  $|x-b| = u$  und  $|a+y| = z$  differenzieren  
dann  $dx = du$  und  $dy = dz$ , also man

$$u dz + z du = 0 \quad \text{mit} \quad uz = C \quad \text{gibt}$$

$$\text{den Resultat gleich} \quad (x-b)(a+y) = C$$

es ist zu bemerken, können wir die I) durch  
 $(x-b)(a+y)$  dividieren

187.

Dies ist  $(a+by+cx)dx = (a_1+b_1y+c_1x)dy$   
 man setz linear nicht sonder leicht, ist  
 $a+by+cx = u$  und  $a_1+b_1y+c_1x = z$  diff  
 $b dy + c dx = du$  und  $-b dy + c dx = dz$   
 so wird die geg. Gl: man setz unmittelbar  
 $dy = \alpha du + \beta dz$  und  
 $dx = \gamma du + \delta dz$

$$\text{Dann } (\gamma du + \delta dz) = dz (\alpha du + \beta dz)$$

Dann setz leicht ist die 3te Methode vorgezeichnet. ungenügend  
 nach nicht zu übersehen, zu sein ungenügend.  
 setz  $z = v \cdot w$  also  $dz = v \cdot dw + w \cdot dv$  in Substit.

$$(a + \beta v w)(v \cdot dw + w \cdot dv) + (\gamma u + \delta v w) du = 0$$

man kann auf diese Weise eine variable einführen, so setz auf  
 $\gamma u + \delta v w = 0$ , daraus  $w = -\frac{\gamma u}{\delta v}$  so stellt sich die 2te Gl. in  
 diese Weise leicht leicht ist für man dividieren in der Gleichung  
 $v dw + w dv = 0$  das Gl: leicht ist in vord. Form  
 $\frac{dw}{w} + \frac{dv}{v} = 0$  und integrieren

$$\log wv = \log C$$

$$wv = C$$

Die 2te Gl ist  $\gamma u + \delta v w = 0$  das mit der 1ten Gl: zusammen  
 $z \cdot u$ , weil in der vorgezeichneten Gl:  $\gamma u + \delta v w = 0$   
 ist man fertig

in  $z = \sqrt{w}$ 

mit setzen dass  $w = u$  oder  
 $(dw = du)$

und  $z = \sqrt{u}$  und  $z$  muss

$$(\alpha + \beta v)(v du + u dv) + (\gamma u + \delta v^2) du = 0$$

$$\underbrace{(\alpha + \beta v)}_{\text{dividiere}} \cdot v \left\{ du + (\alpha + \beta v) u dv \right\} = 0$$

variable  $z$  kommt

$$\frac{du}{u} + \frac{\alpha + \beta v}{\gamma + (\alpha + \delta)v + \delta v^2} dv = 0$$

integriert

$$\log u + \log(\dots) = \log c \text{ mit Gl.}$$

zwischen  $v$  und  $u$  multipliziert die Gl.

$z = \sqrt{u}$  in eine einzige  $z$  und  $u$

herauszubekommen muss man hier

setzen und das Ergebnis aus  $z = \sqrt{u}$  in

setzen gibt bei vielen homogenen Gleichungen

bsp. bei multiplizieren die Coeff. mit  $dz$  und  $du$  oder

$z$  und  $u$  in jedem Glied und in einer Dimension

ausgeklammert - dann der Rest ist  $dz$  und  $u$  nur

ausgeklammert





190  $m = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2C}$

man wählt sich irgend ein

das  $m$  nicht null und  $\neq$  constant sind

Dies Ausgangspunkt für's neuen ist  $y = e^{mx}$   
 folg. ist in man auf solche Induktion kann  
 lässt den Ansatz. Ist das nicht möglich  
 von  $m_1, m_2$  das andere  $m_2$  so setzen wir  
 zweifach Integrable auf immer von  $x$  abhängig, dann  
 Differenz muss constant ist, setzen  $\alpha$  für 2. qualitat  
 zweifach Integrable

Setzen wir  $y = \alpha e^{m_2 x}$   $\alpha$  neu  $\alpha$  unbestimmt

Dann wird  $dy = \alpha m_2 e^{m_2 x}$ ,  $d^2 y = \alpha m_2^2 e^{m_2 x}$  und

das gegebene Gf:  $A + Bm + Cm^2 = 0$  also  $\alpha$   
 in Lösung

Setz man  $y = \beta e^{m_2 x}$  so ergibt sich  $\delta$  das Gf.

Man kann  $y = \alpha e^{m_1 x} + \beta e^{m_2 x}$  setzen, und das

ist schon  $\delta$  vorgegebene Integral neu 2 Constanten  
 ändern weil neue Gf. Das 2. Ord. das vorgegebene

Integral 2 Constante mit sich führt

173

191





Bei der Gl.  $xy + xdy + (dy + dy) = 0$  192

$$\begin{aligned} y &= e^{mx} \\ dy &= m \cdot e^{mx} \\ \frac{dy}{y} &= m \cdot e^{mx} \\ y &= m^2 e^{mx} \end{aligned} \quad \left( \begin{aligned} 4 + 16m + 16m^2 + 8m^2 &= 0 \end{aligned} \right)$$

Annahme für die Ansatzform  $m_1, m_2, m_3$  und

$$y = \alpha e^{m_1 x} + \beta e^{m_2 x} + \gamma e^{m_3 x}$$

Man setze die Differenz der in der Gl. 192 in der Gl. 191 ein, so erhält man ein Integral mit konstanten Coefficienten.

Die Gl. 192 wird in die Form  $xy + xdy + (dy + dy) = 0$  umgewandelt. Man setze  $y = e^{mx}$  in die Gl. 192 ein, so erhält man ein Integral mit konstanten Coefficienten. Man setze  $y = e^{mx}$  in die Gl. 192 ein, so erhält man ein Integral mit konstanten Coefficienten.

Man setze die Gl. 192 in die Gl. 191 ein, so erhält man ein Integral mit konstanten Coefficienten. Man setze  $y = e^{mx}$  in die Gl. 192 ein, so erhält man ein Integral mit konstanten Coefficienten.

Man setze die Gl. 192 in die Gl. 191 ein, so erhält man ein Integral mit konstanten Coefficienten. Man setze  $y = e^{mx}$  in die Gl. 192 ein, so erhält man ein Integral mit konstanten Coefficienten.

Man setze die Gl. 192 in die Gl. 191 ein, so erhält man ein Integral mit konstanten Coefficienten. Man setze  $y = e^{mx}$  in die Gl. 192 ein, so erhält man ein Integral mit konstanten Coefficienten.

Man setze die Gl. 192 in die Gl. 191 ein, so erhält man ein Integral mit konstanten Coefficienten. Man setze  $y = e^{mx}$  in die Gl. 192 ein, so erhält man ein Integral mit konstanten Coefficienten.

194

mit Hilfe von  $\delta y$  zu finden.

$$\delta y = a m_1 e^{m_1 x} + b m_2 e^{m_2 x} + m_1 e^{m_1 x} g_1 + m_2 e^{m_2 x} g_2$$

Setzt man  $\delta y$  in die Differentialgleichung ein, so erhält man eine Gleichung, die sich in der Form  $C \cdot (m_1 e^{m_1 x} \delta x + m_2 e^{m_2 x} \delta y) = \psi(x)$  schreiben lässt.

Dann lässt sich das Problem auf  $Ay + Bdy + C\delta y = 0$  zurückführen.

$$y = a e^{m_1 x} + b e^{m_2 x}$$

Es muss also  $\delta y$  mit  $y$  übereinstimmen, so dass  $\delta y$  eine Lösung der Differentialgleichung ist. Dann gilt  $\delta y = 0$ ,  $\delta y$  für  $x=0$  und  $\delta y$  für  $x=\infty$  verschwindet. Dann gilt  $Ay + Bdy + C\delta y = 0$ , man kann also  $\delta y$  mit  $y$  austauschen, so dass  $\delta y = y$  gilt.

Es folgt dann die 2te Gleichung

$$III: e^{m_1 x} \delta x + e^{m_2 x} \delta y = 0$$

Man kann nun  $\delta x$  und  $\delta y$  in der 1ten Gleichung einsetzen, so dass man die 2te Gleichung erhält. Dann gilt  $\delta x = 0$  und  $\delta y = 0$ , so dass  $\delta x = 0$  und  $\delta y = 0$  gilt.

$$C(m_1 - m_2) e^{m_1 x} \delta x = \psi(x)$$

$$\delta x = \frac{1}{C(m_1 - m_2)} \frac{\psi(x)}{e^{m_1 x}}$$




195

Dies muss man integrieren, man ist  
 nicht zu dem  $\int$  eine Potenz von  $x$   
 ist dann ganz ab

Dies ist (Merkung) zu  $m_1$  und  $m_2$

$$\text{man hat } d\beta = \frac{1}{(m_2 - m_1)} \cdot \frac{dx}{x}$$

Dies ist die Menge der Variablen  
 der Constanten, muss nicht aufdrücken  
 ist, und die Constanten sind. Ist, wenn  
 die Form des Integrals mit bestimmten  $d\beta$ ,  $d\beta$  ist  
 man kann zu Constanten und man kann zu  $f(x)$ ,  $d\beta$   
 sind in der Regel nicht variabel gemacht.  
 La Grange muss das zu einer anderen Operation  
 zu sein, oder dem Grund zu verstehen  
 da  $\text{diff. } \beta = 0$  ist, da die Lösung nicht (Planeten)  
 man für, und man die Natur der Lösung, da  $\beta = f(x)$  ist  
 man muss andere Planeten berücksichtigen.  $d\beta$  ist  
 die Linie  $d\beta$ ,  $d\beta$  ist die Linie  $d\beta$  mit  $d\beta$   
 wahrscheinlich ist man der Grund  dass für die  
 Funktionen

# Integration durch unendliche Reihen

Der Mittelweg ist besser als der rechte Weg

z. B. wir setzen  $f(x) = \int \varphi(x) dx$  und  $\varphi(x)$  gegeben  
ist in  $f(x)$  gegeben. Wir machen das ist, ist  
 $f(x) =$  immer  $\varphi(x)$  nach  $x$  und  $\varphi(x)$  ist

$$f(x) = f(x_0) + (\varphi(x_0)) \cdot x + (\varphi'(x_0)) \frac{x^2}{2!} + (\varphi''(x_0)) \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$\varphi(x)$  ist viler nach der  $\varphi(x) = \varphi(x)$  weil  $f(x)$  unendlich  
nach  $\varphi(x) dx$  ist. und  $\varphi(x)$  ist  $\varphi'(x) = \varphi(x) = f(x)$ .

Also sind viele Sachen in  $\varphi(x)$  gegeben, und wir haben

$f(x) - f(x_0) =$  dann gegeben und ist viler  $f(x)$  nun  
unendlich so ist es viler  $f(x) - f(x_0)$  weil  $f(x_0)$  nur  
 $x$  constant ist, weil es  $x$  nicht aufpilot. Also

$$\text{ist } \int \varphi(x) dx = C + (\varphi(x_0)) x + (\varphi'(x_0)) \frac{x^2}{2!} + \dots$$

Nun ist nur die Constante in  $f(x)$  in  $f(x_0)$   
der Constante  $\varphi(x)$  gegeben. Die Constante ist  $C$

$= f(x) - f(x_0)$  viler  $f(x)$  ist, und  $\varphi(x)$  nach  $a$

ist  $a = 10$  so ist die Constante nicht zu finden, und viler

nach  $a$  nun klar ist, dass  $\varphi(x)$  ist, ist die

Reihe nur  $\varphi(x)$ . Also die Reihe ist die

Reihe ist die Reihe  $\varphi(x)$  nach  $a$  ist

nach  $\varphi(x)$  ist  $f(x) - f(x_0) + C$  viler

z.B.  $f(x)$  u.  $F(x)$  seien 2 Integrale dessen  $y(x)$   
 mit  $y_0$   $f(x) - f(x_0)$  die Differenz haben so ist  
 $F(x) - F(x_0)$  auch die Differenz also ist

$$F(x) = f(x) + (F(x_0) - f(x_0)) = f(x) + C$$

welche sind nur 2 Integrale von einander  
 nur um eine Constante verschieden

Ist eine Dgl gegeben  $|x, y \text{ u. } dy| = 0$  Division  
 y mit  $y_0$  oder  $f(x)$  da das Gl. genügt. Dann  
 muss die Differenz

$$y(x) - y_0 = \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_0 x + \left( \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)_0 \frac{x^2}{2!} + \left( \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \right)_0 \frac{x^3}{3!} + \dots$$

man kann sich aus der Dgl die Ableitungen entwickeln

in  $x$  u.  $y$  z.B.  $dy = (x, y)$  die Differenz ist in

sub.  $\frac{\partial y}{\partial x} =$  zweite Ableitung da man mit  $\frac{\partial x}{\partial x} = 1$  und

der zweiten  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$  multipliziert oder  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = (x, y)$  so ist

$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = (x, y)$  ebenso  $\frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = (x, y)$ . Also ist  $f(x) = 0$

und steht y auch noch übrig. Dann mit  $x=0$  ist, d.h.

$y = y_0$  so muss Dgl zwischen  $x, y$  in der Lage

Constante. Die Dgl  $y - y_0 = \frac{\partial y}{\partial x} x + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \frac{x^2}{2!} + \dots$  so ist  $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x}$  und  $y_0$  ist die Constante

Da kann man die Dgl in Ordnung bringen

man integriert sie die Dgl ist. Also

~~der Dgl kann man auch integrieren~~  
 ist. z.B.



Ist  $f(x)$  ein Integral so ist  $f(x) + C$  auch ein  
 Integral. Ist  $x=0$  so sind  $f(x_0)$  und  $f(x_0) + C$  die  
 neuen Anfangswerte  $y$  und  $y$  gleich. Die  
 alten  $y_0$  und  $y_0$  für  $y = f(x)$   $y_0 = f(x_0)$   
 ist  $y = f(x) + C$   $y_0 = f(x_0) + C$

Differential in Integral

Ist  $x dy = y$  zu integrieren, muss man  
 durch Trennung der Variablen gehen. Aber  
 man kann auch für die andere Methode  
 sein. Ist  $y = cx$  in die Dgl. geht  $dy = c dx$   
 dann in  $y = cx$  gesetzt geht  $y = x dy$   
 oder auch  $x dy = y$  ist  $dy = \frac{y}{x} dx$   
 geht  $d^2y = \frac{x dy - y}{x^2}$  dann  $\frac{y}{x}$  gesetzt

geht  $d^2y = 0$  so ist  $d^2y = 0$   $dy = 0$   $y = 0$   
 das ist die Lösung in der Dgl  
 $y - y_0 = dy_0 x + d^2y_0 \frac{x^2}{2} + \dots$

$y - y_0 = \frac{y_0}{0} x + 0 + 0 + 0 \dots$  - - - - -  
 die allgemeine Dgl ist aber so ist die 0 die Lösung  
 man muss sein Fall

obwohl  $\frac{dy}{dx}$  nicht das  $\frac{y}{x}$  sein soll, wenn  $x=0$  setzen so müsste  $y$  die  
 Form haben  $\frac{y}{x} = \frac{x \cdot y}{x} = y = c$  wird.

$$y = cx$$

Diese Methode dient dazu zu konvergieren - - - -

Es jenseit der Gl. man muss für integralen ein Integral  
 Gl. giebt man  $x, y$  unbekannt und eine einzige  
 Constante

Man mag das auch dadurch zeigen dass in Taylor'schen  
 $x=0$  setzen. Das ist aber nicht erforderlich, dass  $x$  ist schon  
 bekannt, kann man setzen  $x=a$  setzen, und  $a$  willat  
 möglichen sein. Das ist eine mathem. und diplomatische  
 Regel alles zu bestimmen, dass willat man immer durch  
 mathem. Rechn. ist das Taylor'sche Regel

$$y_{x+h} = y_x + \frac{dy}{dx} h + \frac{d^2y}{dx^2} \frac{h^2}{2!} + \frac{d^3y}{dx^3} \frac{h^3}{3!} + \dots \text{ setzen } x = a \text{ und } h = x-a$$

h. gung man mit absonnen ist setzen  $h = x-a$  ist man ver.

$$y_{x+(x-a)} = y_x + \frac{dy}{dx} (x-a) + \frac{d^2y}{dx^2} \frac{(x-a)^2}{2!} + \frac{d^3y}{dx^3} \frac{(x-a)^3}{3!} + \dots = y_x$$

ist  $a=0$  so ist die Regel das Maclaurin'sche. man muss  
 wissen unter der Annahme muss 0 werden.

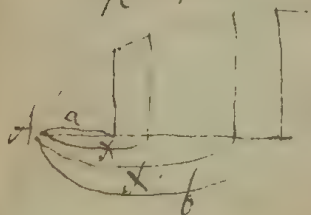
Dies muß so managen liegen  $x dy = y$ ,  $dy = \frac{y}{x}$  ist ...

gibt  $y x - \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x}$  ist  $\frac{y^2}{x} = c$

mit  $y = \frac{y^2}{x} + y_2 \quad y = cx + c_2$  mit  
mit  $x = 0$  setzen muß.

### Commentar

In demnach man ist ein diff.  $y(x)$  suchen: mit ist allgemein  $y$   
mit das integral  $f(x)$  suchen, sondern ein best.  $a$  &  $b$  integral  
in gewissen Grenzen möglich. z. B. das Integral der  
Circumferenz eines bestimmten Ordinate. Es ist, folgend  
ist  $y(x) + C$ , mit ist, man ein best.  $a$  &  $b$   $f(a) - f(b)$   
 $f(b) - f(a)$  ist man das  $x$  nach bestimmt, ob integral ist  
 $f(b) - f(a)$  ist das, ist das ganz bestimmt.  $f(b) - f(a)$



das Integral  $y(x)$  zwischen  $a$  &  $b$  ist  
 $a$  &  $b$ , das ist  $a$  &  $b$ , man findet, man  
 $x$ , sondern ein best.  $a$  &  $b$   $f(a) - f(b)$   
dies bestimmt man sich man ist das  
Integral  $f(b) - f(a)$

ist für die Funktion  $f(x)$  da  
 $b - a$

mit unbekannter  $f(x)$  ist eine Funktion.  $f(x)$  ist man

$$f(a+h) - f(a) = f'(a)h + \frac{f''(a)}{2!}h^2 + \dots \quad a = a \text{ mit}$$

$$f(a+h) - f(a) = f'(a)h + \frac{f''(a)}{2!}h^2 + \dots$$



ist  $h$  nun gegeben klein, so ist die spätere Änderung  
nach  $h$  größer, diese zu verstehen wir können, so wird

$$f(a+h) - f(a) = \varphi(a) \cdot h$$

Nun ist in dem Taylor'schen Satz noch  $x = a+h$  so wird durch  $h$  sehr klein

$$f(a+2h) - f(a+h) = \varphi(a+h) \cdot h$$

Nun ist  $x = a+2h$  so wird

$$f(a+3h) - f(a+2h) = \varphi(a+2h) \cdot h \quad \text{u. s. f. das ist bekannt}$$

$$f(a+nh) - f(a+(n-1)h) = \varphi(a+(n-1)h) \cdot h \quad \text{alle Gleichungen addiert}$$

$$1) f(a+nh) - f(a) = h(\varphi_a + \varphi_{a+h} + \varphi_{a+2h} + \dots + \varphi_{a+(n-1)h})$$

$\varphi_a$  mit  $\varphi(x)$  und  $x=a$  (also)

nun setzen wir  $n$  so groß, dass  $a+nh = b$  wird d. h.  $h = \frac{b-a}{n}$

$$\text{folgt aus 1) } f(b) - f(a) = h(\varphi_a + \varphi_{a+h} + \dots + \varphi_{a+(n-1)h})$$

$$= \int_a^b \varphi(x) dx \quad \text{mit dem prädestinierten Grenzwert ist}$$

wie wir es erwarten: der Grenzwert des Integral (oder Summe)

bei der Grenzwert heißt  $h(\dots)$  ist  $\varphi(x) dx + \varphi(x) dx + \varphi(x) dx$   
+  $\varphi(x) dx \dots$  für  $x$  die verschiedenen Stellen  
 $a, a+h, a+2h, \dots$









Oben gesehen mit  $a, b, c$  mit der nicht  
zugehörigen Kurve gezeichnet werden.  
 $ct + b \cdot x_i = x$  die zugehörigen Koordinaten Abszisse  
des  $f. m.$

Zur Benützung ist wichtig  $y_2 = y_1$  ist  
 $dy_2 = dy_1$  d. h. zum Benützung der 1. Ordnung  
 $(dy)_2 = (dy)_1$  da jedoch die Kurven der Benützung  
der 2. Ordnung. Bei ungenügender Kontrolle  
2 Parameter vorgegeben, sind jedoch die Kurven mit  
2 Gleichungen nicht sind so sehr die Kurven  
der Benützung der 2. Ordnung mit der Kurve  
ist in der Kurve  $c^2 = \dots$  muss  $y_1$  vorgegeben  
werden  $y_1 = \psi(x_1)$  und das differenzieren. Allein  
dies ist nicht analytisch, nur differenzieren.  
Die Gl. lautet nun  $x_1$

$$c^2 = (y_1 - b)^2 + (x_1 - a)^2 \quad \text{diff.}$$

$0 = 2(y_1 - b) \cdot dy_1 + 2(x_1 - a) \cdot dx_1 = 1$  ist. muss  $dx_1$  aus der Gl. weglassen  
sich nur  $dx_1$  als Faktor, so wird die Gl. gewonnen  
muss v. auf beiden Seiten  $2$  ist eliminiere und erhält  $dy_1$   
und muss nur  $dy_1$  erhalten. ist differenziere die Gl.

$$0 = (y_1 - b) dy_1 + (x_1 - a) dx_1 \quad \text{dieses heißt } 0 \text{ muss als links ist.}$$

Differenzieren und  $0 = (y_1 - b) dy_1 + dy_1^2 + 1$ . das differenzieren  
heißt  $dy_1 = \frac{d^2 y_1}{dx_1^2} \cdot dx_1$  und  $dy_1 = \frac{dy_1}{dx_1}$

ist ferner mit. 2. Gf. gegeben.  $x^2 = 0 = 0 = 1$   
 man setze  $y$ ,  $dy$ ,  $d^2y$  finden in d. unbestimmten  
 werden in d. ersten geben. Man kann in d. 2. Gf.  
 das Gf.  $y = y_1$  als  $y_1$  und  $y_2$  (aus d. Gf.  $y = y_1$ ) an.  
 man setze  $x = x_1$  in d. 2. Gf.  $x^2 = 0 = 0 = 1$  und setze  
 in d. 2. Gf.  $y$ ,  $y$  in d. 2. Gf.  $x$ ,  $x$ .

Man setze  $y$  in d. 2. Gf.  $y = y_1$  in d. 2. Gf.  
 ferner  $ay^2 + b^2x^2 = a^2b^2$  durch d. 2. Gf. in  
 y einfließen lassen man setze  $y = y_1$  in d. 2. Gf.  
 in d. 2. Gf. d. 2. Gf.  $ay^2 + b^2x^2 = a^2b^2$ , und  
 mit d. 2. Gf.  $ay^2 + b^2x^2 = a^2b^2$ , man setze d. 2. Gf.  
 $y$ ,  $dy$  in d. 2. Gf.  $y$  finden.

$$\begin{aligned} \text{da 2. Gf. aber } (y-b)^2 + (x-a)^2 &= c \\ (y-b)dy + (x-a)dx &= 0 \\ (y-b)dy + dy^2 + 1 &= 0 \end{aligned}$$

setze  $x$ ,  $dx$  in d. 2. Gf.  $(y-b) = -\frac{1+dy^2}{2y}$  man  $y$  gleich zu finden

man  $dy$  mit 2 malig d. 2. Gf.  $y = y_1$  und  $dy^2$  mit  
 d. 2. Gf.  $y = y_1$  in d. 2. Gf.  $y = y_1$  in d. 2. Gf.





258  
 Nun soll ich von dem Mittelpunkte einer  
 Ellipse die Tangente ziehen die durch  
 einen p. M. geht.

Es ist zu finden Coördinaten von p. M. der  
 Ellipse: Tangente

$$\frac{\partial b}{\partial a} = \frac{\partial b}{\partial a} \text{ nach } x \quad \text{so ist } y - b = \frac{\partial b}{\partial a} (x - a)$$

$\frac{\partial b}{\partial a}$  nach halbierten Variabel

~~Die G. der Ellipse ist  $A(y-b)^2 + (x-a)^2 = c^2$~~   
 Aus der G. der Coord. ist  $y = Ax + B$ . Die G.  
 aus der Linie, soll die Linie durch einen  
 Punkt M gehen dessen Abscisse p. Ord q  
 ist, so ist recht  $x = p$   $y = q$  und  
 die G.  $q = Ap + B$  identisch sein substituirt  
 in die 1. G. wird

$$y - q = A(x - p)$$

nach welcher die G. der Ellipse in  
 der Linie soll sein, da Tangente, geht also  
 in der Linie durch den p. M. Das nachherige  
 ist ein auf eine Stelle M. Die G. der Ellipse  
 Tangente ziehen will so kann es die y, der  
 Coord. da man sie in der Ellipse Tangente

die Tangente

die Tangente schneidet die Kurve in dem  
Punkt N dessen Coord  $x$  &  $y$  ist  
so wird

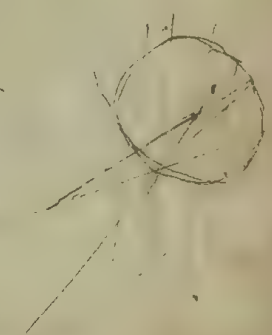
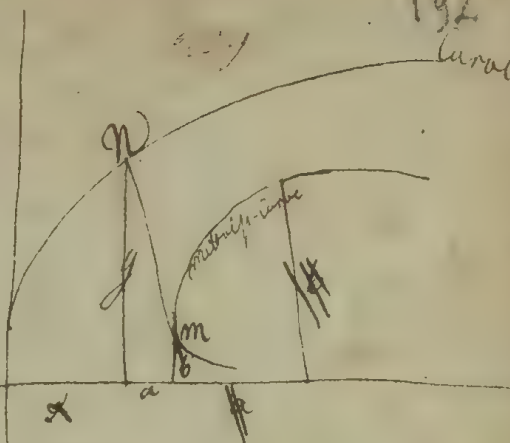
$$y - y = A(x - x)$$

die gl. sein die Tangente f. N geht  
durch A an der Stelle. Ist also tangential.  
wenn man sich denken will muss A  
so gefunden werden dass die Linie Tangens  
ist, so muss  $A = \frac{dy}{dx}$  nach dem Obigen

Denn die Linie Tangente so muss  $A = \frac{dy}{dx}$   
sein, ist die f. M. oder N ganz allgemein.  
Die Tangente geht so durch A & f. M. oder N  
so muss  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx}$  sein ist  $\frac{dy}{dx}$  &  $\frac{dy}{dx}$  zu

finden die gl.  $(y - b) dy + x - a = 0$  ist ist  
man ist f. M. oder N die f. M. oder N  
ist ist an der Stelle, die ist auch a ist  
einmal dieselben. Man muss sich ist auch die  
Abbildung ist ist 0.

Die Ableitung ist ist x, so muss y ist dy, a ist b  
f. M. oder N ist ist. Ist man f. M. oder N ist ist  
die Ableitung y, dy ist x ist ist die gl. ist ist  
ist ist ist 0, ist ist a ist b ist ist  
ist ist



$$1) (y - b)^2 + (x - a)^2 = a^2$$

$$2) (y - b) dy + x - a = 0$$

$$3) (y - b) dy^2 + dy^2 + 1 = 0$$

$$c = \frac{(1 + dy^2)^2}{dy}$$

Es ist die Tangente ist die  
Lunar Tangente, man ist  
negativ die Tangente ist  
ist ist ist ist ist ist

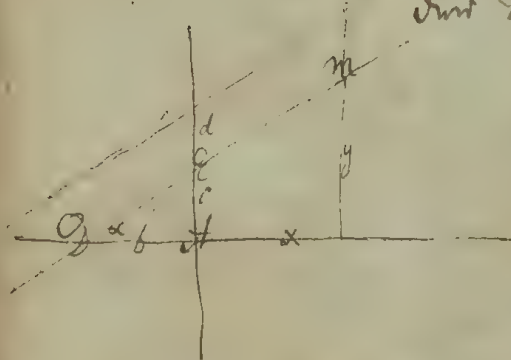


$$-dy \cdot db - da = 0 \text{ woraus } \frac{db}{da} = -\frac{1}{dy}$$

so wird  $y_2 - b = \frac{db}{da}(x_2 - a)$  man nennt das

I)  $y_2 - b = -\frac{1}{dy}(x_2 - a)$  das ist die Tangente  
durch den Punkt  $a$  auf der Kurve.

II)  $y_3 - y = dy(x_3 - x)$  entspricht man  
das neue Coeff ist das andere - ist ist.  
wird auch lassen. Das neue II) die Tangente  
Tangente der Mittelkurve und II) die Tangente der  
zugehörigen Curve ist. so ist es möglich  
Kugelpunkt der normale ist so die Tangente  
der Mittelkurve



Es ist möglich, dass die Kurve eine Gerade ist. so ist die Tangente eine Gerade.

$$\frac{y}{b+x} = \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \text{ das ist die Tangente der Kurve}$$

oder  $y = \frac{1}{b}x + c$  oder  $y = Ax + B$ . Ist eine  
parallele zur DM, wo d bestimmt ist, so wird  
das neue y sein d y dem vollen. welche auch sein

$$y = \frac{1}{b}x + (c+d), \text{ wo } d \text{ das Coeff von } x \text{ nicht ändert}$$

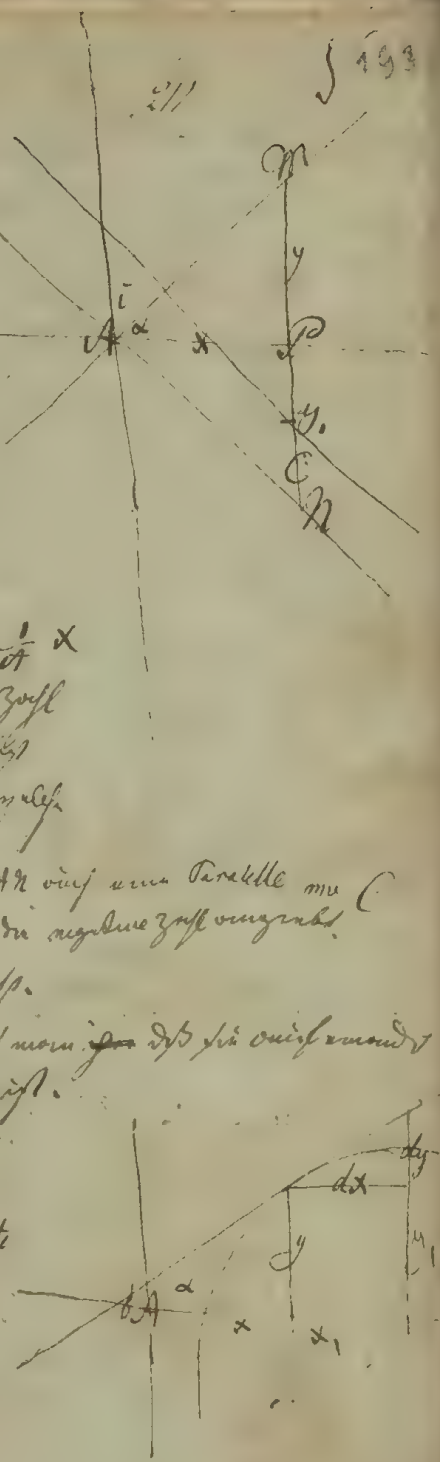
man kann auch die Parabeln und Linien, man  
in Form haben. das Coeff von x ist es dasselbe ist.

Geht die Linie durch A, so ist  $y = \tan \alpha \cdot x$  und jede  
 andere parallele Linie ist  $y = \tan \alpha \cdot x + c$  oder  
 $y = Ax + B$

Geht die Linie durch A, so ist die Gl. von AM  $y = Ax$   
 Ist andere Linie durch AM, so ist  $y = -x$   
 =  $-y$ . Ist y, die Länge der Linie als gesuchtes  
 gegeben, so ist  $-y$  die gesuchte Zahl  
 ist die mit  $y$  prop. gesuchte  $y$  oder  $-y$ , so wird  
 $y = x = x = -y$  oder Gl.  $y = Ax$  wird

$A = \frac{x}{-y}$  oder  $-Ay = x$  oder  $y = -\frac{1}{A} x$   
 wo y, die Linie ist, die mit  $-y$  gesuchte Zahl  
 der Linie, suchst. oder ist  $y = Ax$  die Gl. ist  
 die halbierte Linie, so ist  $y = -\frac{1}{A} x$  die Linie, welche  
 durch den Ursprung verläuft.  
 Die parallele RS, ist die Gl.  $y = Ax + B$ , ist mit AM eine Parallele zu C  
 fast ist so ist die Gl.  $y = -\frac{1}{A} x + C$ , wo y andere die gesuchte Zahl  
 der parallelen Linie, suchen wir nach der gesuchten Zahl.  
 Als möge die Linie liegen in der Ebene, so ist bekannt, dass sie sich schneiden  
 der Linie, ist die Linie A, der andere  $-A$  ist.

Ist in jedem Punkt eine Curve gegeben, so die Länge ist  $ds$ .  
 $\frac{y}{x+b}$  ist  $dx$  immer klein, so ist die Zunahme der Ordinate  
 $\frac{y}{x+b} = \frac{dy}{dx}$  d.h. die Ableitung von y nach x, gesuchte  $dx$  und  $y$  die  
 Gl. der Curve gegeben.  
 $y = \frac{d}{dx} y \cdot (x+b)$  ist die Gl. der Curve, die Linie







Man setze Variable  $v = x$  so ist  $dv = dx$  und  $dv = 0$

ist  $v = y$  so ist  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y}$  multipl. mit  $y$

erhält man  $y dy = dx$  und  $y = \arcsin x$  und  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y}$

Die 2. Gl. wird  $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{dy}{dx}$  multipl. mit  $y$

Ist die Variable  $y^2 = ax$  die partielle  $\frac{1}{2}$  von  $x$  so ist  $y = \sqrt{ax}$  und  $y = \arcsin x$  und  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y}$

also  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y}$  oder  $c = \frac{(1 + \frac{dy^2}{dx^2})^{\frac{3}{2}}}{\frac{dy^2}{dx^2}}$  man setze

$dx^2 = (dx)^2$  so wird  $c = \frac{(1 + dx^2)^{\frac{3}{2}}}{dx^2}$  oder multipl. mit  $dx^2$

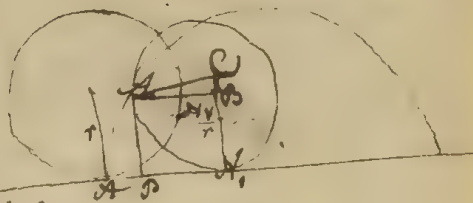
man setze  $y^2 = ax$   $y = \frac{1}{a} y^2$  oder  $c = \frac{(1 + \frac{4y^2}{a^2})^{\frac{3}{2}}}{\frac{2}{a}}$  oder

$$dx = \frac{2}{a} y$$

$$dx^2 = \frac{2}{a}$$

$$c = \frac{(u^2 + 4y^2)^{\frac{3}{2}}}{2a^2} \text{ mit } y^2 = ax \text{ ist}$$



$$y - y_1 = \frac{2}{x} y (x_1 - 1)$$


2. u. 3. der Coord: Das ursprüngliche Gewicht der  
Frage ist die Entfernung des betrachteten  
Punktes von der der  $xy$  nach zu  
finden muss so geben ist dann  $\frac{dy}{dx}$  (nach Aufg. 1. und 2.)  
denn  $\lambda = r - r \sin \frac{\gamma}{r}$  das ist  $dx = 1 - r \cos \frac{\gamma}{r}$

$$\text{und 2) } y = \cdot \pi r \cdot \cos \frac{v}{r} \quad dy = \sin \frac{v}{r}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin \frac{v}{r}}{1 - r \cos \frac{v}{r}}$$

$$\frac{\sin \frac{y}{r}}{1 - \cos \frac{y}{r}} = \frac{2 \sin \frac{y}{2r} \cdot \cos \frac{y}{2r}}{\sin^2 \frac{y}{2r}} = \frac{\cos \frac{y}{2r}}{\sin \frac{y}{2r}} = \cot \frac{y}{2r}$$

Dann muss für  $x$  und  $y$  die Randbedingung  
 von  $u$  für  $x=0$  und  $2$  gegeben sein  
 z. n. b. Die Fg. für  $x=0$  ist  $v=0$   
 ist die Fg. der Fg.  $y=0 = C_1 \cdot 0 \cdot x$ , und  
 $y = \frac{C_2}{x}$ . Daraus  
 $0 = x$

Belg's nur P. A. ist. Jackhungen. nicht Absweisen  
hina die Tughe der Curves.



Der Punkt in der Tangente und der parallel dazu verläuft sein  
 muss  $\cos \frac{v}{2r} = 0$  sein. Dann muss  $y_1 = y$  sein  
 ist die Tangente muss ist  $\cos \frac{v}{2r}$  oder  $\sin \frac{v}{2r} = 0$ . Dann  
 man  $\cos \frac{v}{2r} = 0$  oder man  $\frac{v}{2r} = \frac{1}{2}\pi$  ist oder  $\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi$   
 d. h. die Tangente ist  $\dots$   $v$  ist also  $= \pi$   
 d. h. die  $\frac{1}{2}$  Peripherie, also man  $v$  die  $\frac{1}{2}$  Peripherie  
 ist die ist der Punkt der Curve für die gedachte Tangente  
 der Kurvenbogen. Dazu nehmen wir die  
 Formel der Peripherie:  $c = \frac{(dx^2 + dy^2)^{\frac{1}{2}}}{dx \cdot dy - dy \cdot dx}$  mit  $dx, dy, dx^2, dy^2$

$$\frac{dx}{v} = +\frac{1}{r} \sin \frac{v}{r} \quad \frac{dy}{v} = \frac{1}{r} \cos \frac{v}{r} \quad \text{Der Winkel}$$

$$\text{Peripheriebogen.} \quad \text{ist} \quad c = \frac{(2(1 - \cos \frac{v}{r}))^{\frac{3}{2}}}{\frac{1}{r}(\cos \frac{v}{r}(\cos \frac{v}{r})^2) - (\frac{1}{r} \sin \frac{v}{r})} = \frac{r^3 (\sin \frac{v}{2r})^3}{(\sin \frac{v}{2r})^2}$$

$$c = \pm 8r \cdot \sin \frac{v}{2r}$$



Die Curve selbst ist Liscloide. für  $v = \pi$  oder  $4$ .  
 nach der Konstruktion der Peripherie des Kreises  
 Wenn Kreis man  $r$  in der Tangente nehmen  
 in der Curve den  $a$  beifolgt, bestimmen, dass Punkt  
 $a$  nicht gegeben sein. das wiederum ist  $r - a$ .  
 der Curve der dann aufsteht ist Episcloide. Im  
 $\pi$  in der Konstruktion der Tangente, die Curve ist  
 Episcloide. die Konstruktion ist es bei jeder anderen  
 Curve man kann die Liscloide finden. die  
 für  $v$  ist nicht vorhanden

Die Gl der met. curve müssen b a gegeben  
 $b = \pi(a)$

und will ich durch die Gl: die 1. Curve finden  
 d. h. auf diese  $y = \sqrt{x}$ , was ich durch die met. curve  
 von nun an die Gl 2, 3, 4 zu eliminieren b, und  
 a. ad. bekannt. Ich weiß, dass  $x, y, dy, dy^2$   
 d. h. die Gl. der met. curve. Das die  
 Curve ist ganz die selbe, wie die  
 mit bekannter nur die Curve nicht, d. h.  
 durch eliminieren mit  $x, y$  zeigt a, b.  
 Ich habe nun die Gl.  $x$  und  $dy^2$  in  
 die Gl. integriert, und die beiden  
 Constanten gefunden, die die Constante bestimmt  
 die Natur der Constante.  
 Wegen der Constante. C. so wird sie bestimmt  
 werden. Das 1. weil man auf einen  $x$  die Curve  
 zieht. Das 2. weil man die Ableitung der  $y$   
 = der 1. Ableitung der Curve nimmt. (S. 1. Ableitung)  
 Der Parameter ist  $\sqrt{1+dy^2}$  und der  
 Parameter ist die Constante.  $dy$

Da also  $C = \frac{(1+dy^2)^{\frac{3}{2}}}{2}$  ist der Parameter  
 der Met. Curve  $dy$

ist ist nun  $y^2 = ax$  diff.

$y dy = \frac{1}{2} a$  noch einmal diff

$y dy + dy^2 = 0$  daraus

weil  $dy = \frac{1}{2} a$  so  $dy^2 = \frac{1}{4} a^2$   
 $y^3$

- 1)  $(y-b)^2 + (x-a)^2 = c^2$
- 2)  $(y-b) dy + (x-a) = 0$
- 3)  $(y-b)^2 dy + dy^2 + 1 = c$
- 4)  $b = \pi(a)$







Las man una funcion  $\varphi$  que es y. es decir es dependiente  
 $\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \cdot y}, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}$  etc. - - -

Entonces de la  $\varphi(x, y, z) = c$  se deduce que una vez que  
 se conoce  $z$  en una  $\varphi(x, y)$ , y luego una  $z$  en  
 una  $z$  en  $x, y, \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  etc. y en la  $\varphi$  se puede  
 hallar de la  $\varphi$  una  $z$  y se puede  $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$  etc.

Entonces de la  $\varphi$  se puede  $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$  etc. y se puede  
 hallar de la  $\varphi$  una  $z$  y se puede  $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$  etc.

2)  $\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0$   $\left( \frac{\partial z}{\partial x} \text{ es una } \frac{dz}{dx} \right)$  en la  $\varphi$  se puede  
 $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  se puede  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  etc. y se puede  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  etc.

$\frac{\partial \varphi}{\partial x}$  se puede  $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$  etc. y se puede  $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$  etc.

$\frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x}$  es producto de  $\frac{\partial \varphi}{\partial z}$  y  $\frac{\partial z}{\partial x}$  se puede  $\frac{\partial \varphi}{\partial z}$  etc.

se puede  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2$  etc.

se puede  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2$  etc.

allgemeines  
allgemeines Gleichungssystem

Die Gln.  $y$  und  $z$  sind in der Gln.  $x$  regulär  
gibt es also, in dem Fall, wo  $x$  nicht null ist, ein  
eindeutiges System  $y$  und  $z$ .

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \varphi \cdot \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \varphi \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \varphi \cdot \frac{\partial}{\partial z} \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \varphi \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} = 0$$

Die Gln.  $y$  und  $z$  sind aber so gegeneinander  
abhängig, dass man  $a^2 z^2 + b^2 y^2 + c^2 x^2 = 1$

bezeichnet, wobei  $a^2 z^2 + b^2 y^2 + c^2 x^2 = 1$   
die Gln. des ellipsoid, paraboloid, hyperboloid

Es gilt also 1)  $2a^2 z \cdot \frac{\partial}{\partial x} + 2b^2 y \cdot \frac{\partial}{\partial y} + 2c^2 x = 0$

bezeichnet, wobei  $\frac{\partial}{\partial x}$  und  $\frac{\partial}{\partial y}$  die Ableitungen von  $y$  und  $z$  nach  $x$  sind.

2)  $2a^2 z \cdot \frac{\partial}{\partial y} + 2b^2 y = 0$  bedeutet  $\frac{\partial}{\partial y}$  ist die Ableitung von  $z$  nach  $y$ .

mit  $\frac{\partial}{\partial x}$  ist die Ableitung von  $z$  nach  $x$  gemeint.



Der  $y/x$  und  $x$  wird  $x+h$  zugelegt so muss  $y$  nach  $y$  gehen  
 von  $h$  nach dem Taylor'schen Satz

$$y_{x+h} - y_x = dy \cdot h + \frac{d^2 y}{2!} \frac{h^2}{2!} + \frac{d^3 y}{3!} \frac{h^3}{3!} + \dots$$

Setzt man einen beliebigen Wert  $h$  und  $h$  nach positiv, dann negativ  
 irgendben Mann. So kommt in 3 Stellen  $x, x+h, x-h$   
 die Anzahl, nach dem mittleren  $x$  herum, weil  $h$  ein bestimmtes  
 ist. Man setze  $h$  adu.  $h$   $x+h, x, x+(-h)$  ist der mittlere Punkt  
 der beiden Enden. So wird man der Punkt mit  $x$  macht  
 $h$  zu einem gewissen; ist der Wert  $h$  der beiden  $h$   
 der man der Wert mit  $x$  macht  $h$  zu einem kleinen  
 mit  $y_{x+h} - y_x$  positiv ist der Wert der kleinen, ist der Wert  
 negativ mit  $y_{x+h} - y_x$  so ist der Wert der kleinen  
 ist in  $dy \cdot h$ ,  $dy$  muss 0 sein, da  $h$  positiv oder negativ  
 ist, so ist  $dy$  negativ, also ist ein  $h$  der Wert  
 $\pm$  gegen die 1. Gl.  $\pm$  ist. Also soll  $x$  der kleinste  
 sein, so muss  $dy$  (der Wert)  $dy$  zu 0 kommen, ist  
 $dy = 0$  so heißt die 1. Gl. mag. Ist nun  $dy$  positiv  
 so ist der Wert der kleinste, positiv,  $h$  ist  $\pm$ , also  
 der Wert mit  $x$ . Der  $dy$  und  $dy^2$  zu 0 zu gehen muss  
 so gibt es weder das Minimum noch Maximum,  
 muss der Wert,  $h$  und  $dy$  zu 0 so ist es ein Minimum  
 ist Maximum. Also  $dy$  muss geben sein

und falls der Rest der Funktion  $y$  &  $z$  zu  
 irgend einer der gilt die Taylor'sche Exp. in  $p$ .

$y = (x-a)^{\frac{2}{3}}$  ist allemal positiv. d. h. ist gleich  $(x-a)^{\frac{2}{3}}$   
 ist  $x=a$  so ist der kleinste Wert ausgesetzt = 0. Also ist  
 $x = x+h$  und  $y_{x+h} = y + \frac{2}{3} \frac{1}{(x-a)^{\frac{1}{3}}} h + \dots$

Setzt man  $x=a$  so wird der Rest = 0 und die Exp. ist  
 nicht mehr. Setzt man  $x = a+h$  so wird  $(x-a+h)^{\frac{2}{3}}$   
 ist  $x=a$  so wird  $y_{x+h} = h^{\frac{2}{3}}$

Setzt man  $z = (x, y)$  so ist mit der Taylor'schen. Anden, muss  
 das  $z$  klein sein.

man nimmt die Taylor'sche Exp. der 2 Variable

$$z_{x+h, y+p} = z_{x,y} + \frac{\partial z}{\partial x} h + \frac{\partial z}{\partial y} p + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{h^2}{2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} h p + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \frac{p^2}{2} + \dots$$

oder  $z_{x+h, y+p} - z_{x,y} = \frac{\partial z}{\partial x} h + \frac{\partial z}{\partial y} p + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{h^2}{2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} h p + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \frac{p^2}{2} + \dots$

Es bedeutet, dass wenn positive Funktion für  $h$  und  $p$   
 immer positiv ist, dann ist die kleinste Zahl alle die  
 das  $z$  muss sein.  $z$  ist größer als  $z_{x,y}$ .  
 Beweis: leicht gegeben ist.

da Gleichbedeutung ist dß die yaden  $W_{xy}$   
 und so das Coef von  $p = 0$  ist. Das in die  
 man jades gleich  $= 0$  ist. dß  $\frac{d}{dx} \frac{d}{dy} = 0$   $\frac{d^2}{dx^2} = 0$   
 Caput die selbe Aussage man x u y aus der  
 able. i u 2, das Coef von  $p^2$  positiv sein  
 den jaden  $W_{xy}$  3 p. so ist der Druck/d  
 links positiv u. l. 2. minus.  $W_{xy}$   
 d. 2. minus positiv u. minus  $W_{xy}$  positiv  
 so ist 2. maximum.

1)  $A + + 2bp + Cp^2$  wird die jaden  $W_{xy}$   
 von p positiv sein. A u C pos. u. AC  $> b^2$   
 immer negativ sein. A u C neg. u. AC  $> b^2$   
 die 1. ist  $(p + \frac{b}{c})^2 + (A - \frac{b^2}{c})$  immer pos.  
 in jedem Fall negativ.

Das vorausgesetzt versteht dß  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial y^2} < (\frac{\partial^2}{\partial xy})^2$   
 in der ersten 2. ~~Caput~~  $W_{xy}$  positiv sein.



225

Die Form  $\sqrt{-1}$  ist die allgemeinste  
 durch die Operationen  $\sqrt{-1}$  können  
 wiederum Form des Quotienten sein. Wir stellen  
 uns  $\sqrt{-1}$  vor. Das heißt bei Aufstellung des Teilers  
 Gl:  $\frac{A_0 x^m + A_1 x^{m-1} + A_2 x^{m-2} + \dots + A_{m-1} x + A_m}{A_n x^{m-n}} = 0$   
 keine anderen Form des Quotienten

$$1) \frac{A_0 x^m + A_1 x^{m-1} + A_2 x^{m-2} + \dots + A_{m-1} x + A_m}{A_n x^{m-n}} = 0$$

in die allgemeine Gl des mten Grades. Alle Coeff suchen  
 die Form  $\sqrt{-1}$  also  $\frac{A_0 x^m + A_1 x^{m-1} + A_2 x^{m-2} + \dots + A_{m-1} x + A_m}{A_n x^{m-n}} = 0$   
 ist will beweisen das es keine Wurzel für  $y$  in  $Z$   
 ist das man in  $y$  für  $x$  in der Gl setzt  
 für eine reelle Wurzel.

Es sei  $\sqrt{-1} = i$  der imaginäre.

Der ganze Bruch:  $\frac{A_0 x^m + A_1 x^{m-1} + A_2 x^{m-2} + \dots + A_{m-1} x + A_m}{A_n x^{m-n}}$  wird die Form annehmen

$\varphi + \psi i = 0$  m.  $\varphi$  und  $\psi$  sind von  $y$  in  $Z$  sind in der Gl I)

$= f(x)$  so ist  $f(x) = \varphi + \psi i = 0$  und wir will beweisen

das es keine Wurzel von  $y$  in  $Z$  gibt den  $\varphi$  und  $\psi$

zu 0 machen

den  $\varphi = 1/y^m + \binom{m-1}{1} y^{-1} Z + \binom{m-2}{2} y^{-2} Z^2 + \dots + \binom{m-1}{m-1} y^{-1} Z^{m-1}$   
 $\psi$  auf so wird wiederum Coeff der reellen

Gebe ich dem  $z$  und  $y$  von  $+\infty$  bis  $-\infty$  alle  
Werte, so führt mich das Mandel das  $\psi$  zu 0  
muss deshalb das  $\psi$  zu 0 muss.

Ich betrachte den Summe von  $\psi^2 + \bar{\psi}^2$  die  
ist immer positiv oder 0. Ich weiß die  
Bewertung von Mandel das führt die  $\psi$  Funktion  
den Fall  $\psi = 0$  für  $\psi$  ist das die kleine Norm  
und die  $\psi$  positiv ist.

$$I) \frac{\partial}{\partial y} \bar{\psi} = 2(\psi \frac{\partial}{\partial y} \psi + \bar{\psi} \frac{\partial}{\partial y} \bar{\psi}) = 0 \quad \text{da 2 Gl. müssen}$$

$$II) \frac{\partial}{\partial z} \bar{\psi} = 2(\psi \frac{\partial}{\partial z} \psi + \bar{\psi} \frac{\partial}{\partial z} \bar{\psi}) = 0 \quad \text{da 2 Gl. müssen}$$

also man muss zeigen dass  $\psi \frac{\partial}{\partial y} \psi = 0$  muss  
es ist nicht möglich zu zeigen das die Gl. ~~nicht~~  
durch andere Methoden mit  $\psi$  und  $\bar{\psi}$  muss  
man zeigen

$$1) f(x) = \psi + \bar{\psi}i \quad \text{das ist gleich}$$

$$2) \frac{\partial}{\partial x} f(x) = \frac{\partial}{\partial x} \psi + i \frac{\partial}{\partial x} \bar{\psi} \quad 1) \text{ das muss zu 0}$$

$$\left( \frac{1}{i} = -i \right) \frac{\partial}{\partial x} f(x) \frac{1}{i} = \frac{\partial}{\partial x} \psi + i \frac{\partial}{\partial x} \bar{\psi} \quad \frac{\partial}{\partial y} \bar{x} = 1 \text{ und}$$

$$\text{mit: } 3) \frac{\partial}{\partial x} f(x) = -i \frac{\partial}{\partial x} \psi + \frac{\partial}{\partial x} \bar{\psi} \quad \left( \frac{\partial}{\partial z} x = i \right)$$

daraus ist 1)  $\frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial z}$  2)  $\frac{\partial \psi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial z}$  227

Im Gl. II kann man schreiben  $\psi = (-\psi \frac{\partial \psi}{\partial y} + \psi \frac{\partial \psi}{\partial z})$

Gl. I mit  $\frac{\partial \psi}{\partial y}$  in II mit  $\frac{\partial \psi}{\partial z}$  multipliziert und addiert  
gibt  $\psi \left( \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 \right) = 0$  IIa I

$\psi$  muss nun  $= 0$  sein, da  $( )$  nicht 0 ist, da  $\psi$  nicht 0 sein  
muss, muss man dividieren.

$$\psi \left( \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 \right) = 0 \text{ muss sein, da } \psi \neq 0$$

$\psi$  und  $\psi$  sind  $\neq 0$  muss sein, man darf nicht ableiten  
muss 0. ist. Man sieht, dass  $\psi$  und  $\psi$  in den Gl. I  
( ) zu 0 müssen, müssen, da  $\psi(x)$  nicht  
in einem Punkt sein kann.

Dann  $( ) = 0$  sein, so ist  $\frac{\partial \psi}{\partial y} = 0$  und  $\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0$ ,  $\frac{\partial \psi}{\partial y} = 0$  und  $\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0$

Das Minimum wird am 2. Ableitung bekannt, es ist kein

Minimum, man  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}$  &  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$  und größer ist als  $\left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right)^2$  ist  
ist das nicht möglich, so kann kein Minimum sein.



aus 1)  $\frac{\partial}{\partial y} \bar{\psi} = 2 \left( \psi \frac{\partial}{\partial y} \psi + \psi' \frac{\partial}{\partial y} \psi \right)$  *aus 2)*

da 2<sup>te</sup> Ableitung zu finden  $\frac{\partial^2}{\partial y^2} \bar{\psi} = 2 \left( \psi \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi + \psi \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi \right)$

Die folgenden Ableitungen sind die symmetrischen Gl. für  $y$  und  $z$   
 da es in ihnen  $\psi' = 0$

aus 2)  $\frac{\partial}{\partial z} \bar{\psi} = 2 \left( \psi \frac{\partial}{\partial z} \psi + \psi \frac{\partial}{\partial z} \psi \right)$  da 2<sup>te</sup> Ableitung

b)  $\frac{\partial^2}{\partial z^2} \bar{\psi} = 2 \left( \psi \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi + \psi \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi \right)$  da 2<sup>te</sup> Ableitung

Nun diff. 1) nach  $z$  gibt  $\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial y} \bar{\psi} = 2 \left( \psi \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \psi + \psi \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \psi \right)$  d.h.

Nun diff. von Gl. I)  $\frac{\partial}{\partial x} \psi = \frac{\partial}{\partial y} \psi + i \frac{\partial}{\partial z} \psi$  d.h.

II)  $\frac{\partial}{\partial x} \psi = \frac{\partial}{\partial z} \psi - i \frac{\partial}{\partial y} \psi$

hieraus ergibt  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi + i \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \psi$  dasselbe I) nach  $z$

~~III~~  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi + i \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \psi$  oder  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = -i \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \psi + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi$

II diff. nach  $y$  ergibt  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi - i \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \psi$  nach  $z$  diff.

gibt  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = -i \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \psi - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi$

hieraus sind in d, e, f, g die richtigen Ausdr. leicht

$$\text{und es bekannt } \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = -\frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi$$

$$\text{ferner } \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi = -\frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi$$

da mittleren Quotienten, setzen wir in a, b, c m  
auf den Nullpunkt und leicht zu finden. Jede ist bekannt

$$1) \frac{\partial^2}{\partial x^2} F = 2 \left( \psi \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi + \psi \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi \right)$$

$$2) \frac{\partial^2}{\partial y^2} F = 2 \left( \psi \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi - \psi \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi \right)$$

$$3) \frac{\partial^2}{\partial z^2} F = 2 \left( -\psi \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi + \psi \frac{\partial^2}{\partial y^2} \psi \right)$$

2. soll  $\Delta \psi = 0$  da die negativen Werte 0 geben  
in einem der beiden Willen sind  $\psi$  minimum  
so existiert also eine Stelle (Maximum) der  
Funkt.  $\psi$  in einem der Punkte  $\frac{x}{x-a}$  eine Funktion geben  
von  $(m-1)$  Größen, wo m die Dimension der  
Raum ist. So kann die Form  $\psi$  gegeben sein  
alle in der Form  $\psi = \frac{p+q\sqrt{-1}}{x-a}$   
oder  $\frac{p+q\sqrt{-1}}{x-a}$













[illegible]









[illegible]

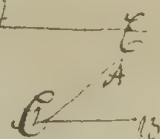
Die unterschieden Rasse geben die Hauptkriterien &  
 die unmerklich sind. Von Manne durchsichtig  
 sehen. Einmal ist es nicht über 20. Die zweite ist  
 in der Lage, die sich zeigt, und die dritte ist  
 die Linien, mit der sie sich zeigt.

Der Mensch ist ein  
 Mensch zu Mensch, nicht zu Mensch, nicht zu  
 Mensch, nicht zu Mensch, nicht zu Mensch, nicht zu  
 Mensch, nicht zu Mensch, nicht zu Mensch, nicht zu  
 Mensch, nicht zu Mensch, nicht zu Mensch, nicht zu

Man muss zu den Linien hinsehen  
 die man & Linien mehr, die man  
 & man & man

Die Linien sind die Linien, die man  
 die man & Linien, die man  
 die man & Linien, die man  
 die man & Linien, die man  
 die man & Linien, die man  
 die man & Linien, die man  
 die man & Linien, die man  
 die man & Linien, die man

Die Linien sind die Linien, die man  
 die man & Linien, die man  
 die man & Linien, die man  
 die man & Linien, die man  
 die man & Linien, die man  
 die man & Linien, die man  
 die man & Linien, die man  
 die man & Linien, die man



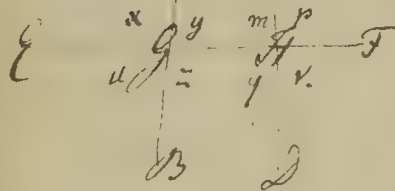
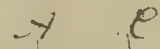
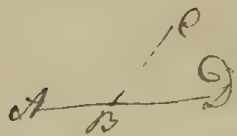
13

13









1. Aufl. Abhandlung über die Eigenschaften der Punkte  
 in der Geometrie, nämlich der Punkte und Geraden  
 - Das Haupttheorem der Geometrie ist anzuwenden  
 in der Geometrie, nämlich der Punkte und Geraden  
 in der Geometrie, nämlich der Punkte und Geraden  
 in der Geometrie, nämlich der Punkte und Geraden

2. Aufl. Es ist  $x = m$  so ist  $y = p$ ,  $z = v$ ,  
 in f. f. und  $y + m = 2R$ . so ist  $u + v = 2R$ .  
 $z + q = 2R$ .  $x + p = 2R$ .  $z + f$ .

3. Aufl. Es ist  $x = m$  so ist  $y = p$ ,  $z = v$ ,  
 in f. f. und  $y + m = 2R$ . so ist  $u + v = 2R$ .  
 $z + q = 2R$ .  $x + p = 2R$ .  $z + f$ .

4. Aufl. Es ist  $x = m$  so ist  $y = p$ ,  $z = v$ ,  
 in f. f. und  $y + m = 2R$ . so ist  $u + v = 2R$ .  
 $z + q = 2R$ .  $x + p = 2R$ .  $z + f$ .

5. Aufl. Es ist  $x = m$  so ist  $y = p$ ,  $z = v$ ,  
 in f. f. und  $y + m = 2R$ . so ist  $u + v = 2R$ .  
 $z + q = 2R$ .  $x + p = 2R$ .  $z + f$ .

6. Aufl. Es ist  $x = m$  so ist  $y = p$ ,  $z = v$ ,  
 in f. f. und  $y + m = 2R$ . so ist  $u + v = 2R$ .  
 $z + q = 2R$ .  $x + p = 2R$ .  $z + f$ .

7. Aufl. Es ist  $x = m$  so ist  $y = p$ ,  $z = v$ ,  
 in f. f. und  $y + m = 2R$ . so ist  $u + v = 2R$ .  
 $z + q = 2R$ .  $x + p = 2R$ .  $z + f$ .



[illegible]

Wiederholungs der 1. und 2. Aufgabe (Wird  $x=y$ , dann  $x$  und  $y$  sind  $x=y$ ,  $m=0$ ,  $m=p$ ,  $m=x$ ,  $m=z$ )

[illegible]

*Handwritten:* ... 7. 10. 41 oban ...

Figur. 10. In. diem congruent. 249. nunc

61. 1884 to 1885. Approved \$15, 1885

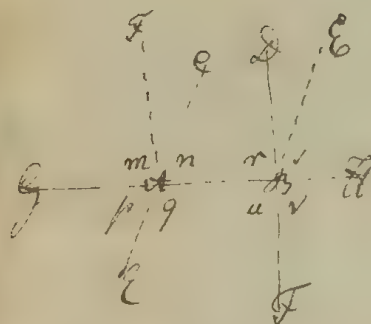
Aug. 1879 Aug. 1879

Widder Geb. Mann im Bau Linné'scher Pflanzen

und ich bin sehr glücklich, dass Sie sich so sehr für die Sache interessieren.

1871

II Ich, von Dirzner (Dreß) gäblt, hab' dich  
 in einem mathematischen Seminar, dessen Zweck  
 auf die Ausbildung der Schüler in der  
 Lösung von mathematischen Aufgaben in der  
 Naturwissenschaften, als besonders wichtig erachtet.  
 Ich habe es mir zur Aufgabe gemacht, die  
 mathematischen Grundlagen der Naturwissenschaften  
 zu erläutern.



Man misst nun nicht, ob 2 Linien gleich  
die sich schneiden schneiden. Dagegen man  
nicht, wie man sich durch die Distanz  
in der Welt nicht nur oben, und noch  
oben diese die Länge zum Geradenstand  
kommen können, die Winkel nicht misst  
man, das ist kein Grund dazu.

III Doch ist man so gewiss, dass die Linien  
nicht, das ist man so gewiss, dass

$$q > r \text{ in der } n < s \text{ so ist } d \\ u > n$$

Man misst nun nicht, ob man die Linien  
gleich schneiden so schneiden, die Winkel  
ist die Welt, weil  $q > r$  und  $n$  die Distanz  
ist die Welt. Das ist nun nicht  
(Dagegen man die Linien schneiden nicht  
(das ist nicht die Welt, nicht so schneiden  
man nicht nicht) so misst man die  
Linien ist die Welt schneiden

IV Doch die Linien schneiden sich oben in  
ist keine  $m > r$  die man  $m = r$  so  
nicht die Linien sich nicht schneiden  
nicht  $m < r$  so nicht so ist die  
nicht schneiden sich nicht schneiden  
nicht nicht die Distanz nicht  
Dagegen.

Bezeichnung der Linien

Die Linien sind in 3 Gruppen eingeteilt:  
 1. Die Linien, die durch die Punkte  $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z$  gehen.  
 2. Die Linien, die durch die Punkte  $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z$  gehen.  
 3. Die Linien, die durch die Punkte  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi, \psi, \omega$  gehen.

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

$\frac{m}{n}$

$\frac{u}{v}$

Die Linien sind in 3 Gruppen eingeteilt:  
 1. Die Linien, die durch die Punkte  $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z$  gehen.  
 2. Die Linien, die durch die Punkte  $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z$  gehen.  
 3. Die Linien, die durch die Punkte  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi, \psi, \omega$  gehen.

Die Linien sind in 3 Gruppen eingeteilt:  
 1. Die Linien, die durch die Punkte  $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z$  gehen.  
 2. Die Linien, die durch die Punkte  $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z$  gehen.  
 3. Die Linien, die durch die Punkte  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi, \psi, \omega$  gehen.

Die Linien sind in 3 Gruppen eingeteilt:  
 1. Die Linien, die durch die Punkte  $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z$  gehen.  
 2. Die Linien, die durch die Punkte  $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z$  gehen.  
 3. Die Linien, die durch die Punkte  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi, \psi, \omega$  gehen.



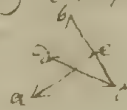


12.   
 Die drei Seiten eines Dreiecks sind  $a, b, c$    
 und die drei Winkel sind  $A, B, C$    
 Dann gilt:  $A + B + C = 180^\circ$    
 und  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$    
 (Satz von Stewart)

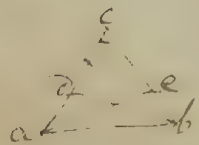
13.   
 Die drei Seiten eines Dreiecks sind  $a, b, c$    
 und die drei Winkel sind  $A, B, C$    
 Dann gilt:  $A + B + C = 180^\circ$    
 und  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$    
 (Satz von Stewart)   
 14.   
 Die drei Seiten eines Dreiecks sind  $a, b, c$    
 und die drei Winkel sind  $A, B, C$    
 Dann gilt:  $A + B + C = 180^\circ$    
 und  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$    
 (Satz von Stewart)   
 15.   
 Die drei Seiten eines Dreiecks sind  $a, b, c$    
 und die drei Winkel sind  $A, B, C$    
 Dann gilt:  $A + B + C = 180^\circ$    
 und  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$    
 (Satz von Stewart)   
 16.   
 Die drei Seiten eines Dreiecks sind  $a, b, c$    
 und die drei Winkel sind  $A, B, C$    
 Dann gilt:  $A + B + C = 180^\circ$    
 und  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$    
 (Satz von Stewart)   
 17.   
 Die drei Seiten eines Dreiecks sind  $a, b, c$    
 und die drei Winkel sind  $A, B, C$    
 Dann gilt:  $A + B + C = 180^\circ$    
 und  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$    
 (Satz von Stewart)   
 18.   
 Die drei Seiten eines Dreiecks sind  $a, b, c$    
 und die drei Winkel sind  $A, B, C$    
 Dann gilt:  $A + B + C = 180^\circ$    
 und  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$    
 (Satz von Stewart)   
 19.   
 Die drei Seiten eines Dreiecks sind  $a, b, c$    
 und die drei Winkel sind  $A, B, C$    
 Dann gilt:  $A + B + C = 180^\circ$    
 und  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$    
 (Satz von Stewart)   
 20.   
 Die drei Seiten eines Dreiecks sind  $a, b, c$    
 und die drei Winkel sind  $A, B, C$    
 Dann gilt:  $A + B + C = 180^\circ$    
 und  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$    
 (Satz von Stewart)

21.   
 Die drei Seiten eines Dreiecks sind  $a, b, c$    
 und die drei Winkel sind  $A, B, C$    
 Dann gilt:  $A + B + C = 180^\circ$    
 und  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$    
 (Satz von Stewart)   
 22.   
 Die drei Seiten eines Dreiecks sind  $a, b, c$    
 und die drei Winkel sind  $A, B, C$    
 Dann gilt:  $A + B + C = 180^\circ$    
 und  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$    
 (Satz von Stewart)   
 23.   
 Die drei Seiten eines Dreiecks sind  $a, b, c$    
 und die drei Winkel sind  $A, B, C$    
 Dann gilt:  $A + B + C = 180^\circ$    
 und  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$    
 (Satz von Stewart)   
 24.   
 Die drei Seiten eines Dreiecks sind  $a, b, c$    
 und die drei Winkel sind  $A, B, C$    
 Dann gilt:  $A + B + C = 180^\circ$    
 und  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$    
 (Satz von Stewart)   
 25.   
 Die drei Seiten eines Dreiecks sind  $a, b, c$    
 und die drei Winkel sind  $A, B, C$    
 Dann gilt:  $A + B + C = 180^\circ$    
 und  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$    
 (Satz von Stewart)

16. De triangulis rectis quibuslibet in quibuslibet  
 quatuor



Si in triangulo recto  $\triangle acb$  sit  $ac = cb$  erit  
 etiam  $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  
 $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  
 $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  
 $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  
 $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam



Si in triangulo recto  $\triangle acb$  sit  $ac = cb$  erit  
 etiam  $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  
 $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  
 $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  
 $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  
 $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam

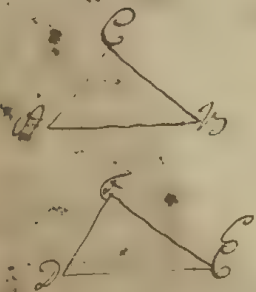
Si in triangulo recto  $\triangle acb$  sit  $ac = cb$  erit  
 etiam  $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  
 $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  
 $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  
 $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  
 $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam



Si in triangulo recto  $\triangle acb$  sit  $ac = cb$  erit  
 etiam  $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  
 $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  
 $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  
 $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  
 $ab = ba$  etiam  $ac = cb$  etiam  $ab = ba$  etiam



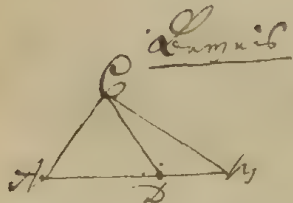




es ist aber  $A + F$  oder  $C + F$  mit  $H$  gleich 2  
 Dreiecke sind so gestellt, dass  $C$  mit  $H$   
 zusammenfallen. Ob  $AC$  &  $AB$  zusammen  
 messen muss die Kante. Man könnte, wenn es  
 wiederum sehr leicht ist, für gegeben an. 2.  $AC$  für  
 congru mit 2. Dreiecke = sind und das  $\angle$  das  
 zwischen  $H$  &  $H$  gegeben ist. Ist das sehr schwer?  
 ist  $DE$  &  $DE$  so muss  $F$  gleich  $L$  sein, das  
 muss  $F$  nicht oder  $H$  muss  $H$  sein an der  
 gestrichelten  $\angle$  in der Kante, also die  $DE$  die andere  
 die dort  $DE$  &  $DE$ . da nun  $DE = AC$  und  $DE = AB$   
 so ist  $AC$  &  $AB$  nicht nur  $C$  gleich, also  $C + F$   
 also 2 gleiche  $\angle$  2  $H$ . also nicht gleich 1 Dreieck  
 Dreieck sein, dass Dreieck mit mehreren überein  
 sein, ist das möglich, völlig überein, das ist  
 nicht, wenn das Dreieck die dort  $\angle$  das Dreieck  
 nicht übereinander liegen kann, mit nicht  $C + F$   
 2 Dreiecke, gleichbleibend für die Dreiecke

Quadrat, ob man nicht Congruent. 2. ist das nur 1. Dreieck in  
 2. Dreieck, das ist nicht 1. Dreieck. Die, die 2. Dreieck, das ist nicht 1. Dreieck.  
 dass es können keine Congru. gegeben muss die, dass es  
 Dreiecke, dass es in der Dreiecke ist

gleich. (in einem  $\Delta$ , eine Dreieck, das ist nicht 1. Dreieck.  
 Dreieck, das ist nicht 1. Dreieck, das ist nicht 1. Dreieck.  
 Dreieck, das ist nicht 1. Dreieck, das ist nicht 1. Dreieck.

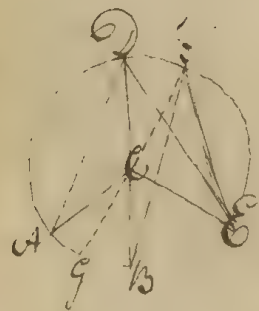


So ist, ob  $\Delta$   $ABC$  mit  $AB$  &  $AC$  und, ist das  $C$  &  $AB$   
 (obwohl  $AC$  &  $AC$  so, dass 2. Dreieck, das ist nicht 1. Dreieck.  
 $AB$  verbleibend, dass das  $AC$  verbleibend  
 und die Dreieck =  $AB$  verbleibend mit, ist das  
 Dreieck, das ist nicht 1. Dreieck.









20. inoffenbar das Zeichen L mit dem 2. L. nach  
 reißt 2. L. nach. in A. nicht nach, ist es  
 in C. Zeichen L. so muß für die Zeichen nach  
 für nach und Zeichen reißt. ist nicht da.  
 L. reißt. so muß für die Zeichen, in  
 für. das Zeichen L. dann ist nach. ist nicht in  
 7. A. ist. das Zeichen L. nach. so  
 für den 7. A.

ist nicht nach. in A. so in 2. L. nach.  
 in A. ist nach. so in A. nach. ist nach. 2. B.  
 für. nach. in A. nach. ist nach. A.  
 der p = q ist 7. q so ist 7. p ist 7. A. B. 7. A.  
 nach. ist 5. q ist 7. B. 7. D.

Springfield

[illegible]

Der Center L ist hauptl. durch Dampf L = man  
bringt = Luft in die Kessel

[illegible]





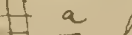







25.  
 Zumeist linsenförmige Knospen, nachfolgend  
 eine die Radiale mit Grund und dem Zoson.  
 Lyda Gonulium nullum mit drei oder vier  
 ungetrennt, aber je beiden Linsen, aber je abge-  
 theilt, so viel es nun sein kann a, b und  
 c, d, mit je p. q. so viel  $\frac{p}{q} = \frac{ab}{cd}$   
 mit je ungetrennt, aber je abge-  
 theilt, so viel es nun sein kann a, b und  
 c, d, mit je p. q. so viel  $\frac{p}{q} = \frac{ab}{cd}$   
 mit je ungetrennt, aber je abge-  
 theilt, so viel es nun sein kann a, b und  
 c, d, mit je p. q. so viel  $\frac{p}{q} = \frac{ab}{cd}$

[illegible]

  $a$   fort von Wogen des von mich bewogen  
mich für den Fall des den Tadel H. Mewykes  
a in den Kurpfand. Ich muß offen sagt sein.  
wird.

Die. wie 4.  $\frac{1}{2}$  mal parallel: der paßt mir genau  
Zusatz ist, so lassen sich dennoch viele  
Parallelen zu der 4. und 5. Konjektur anstellen.

Zurück ins Panimetre

5 10 August 1877.





217













